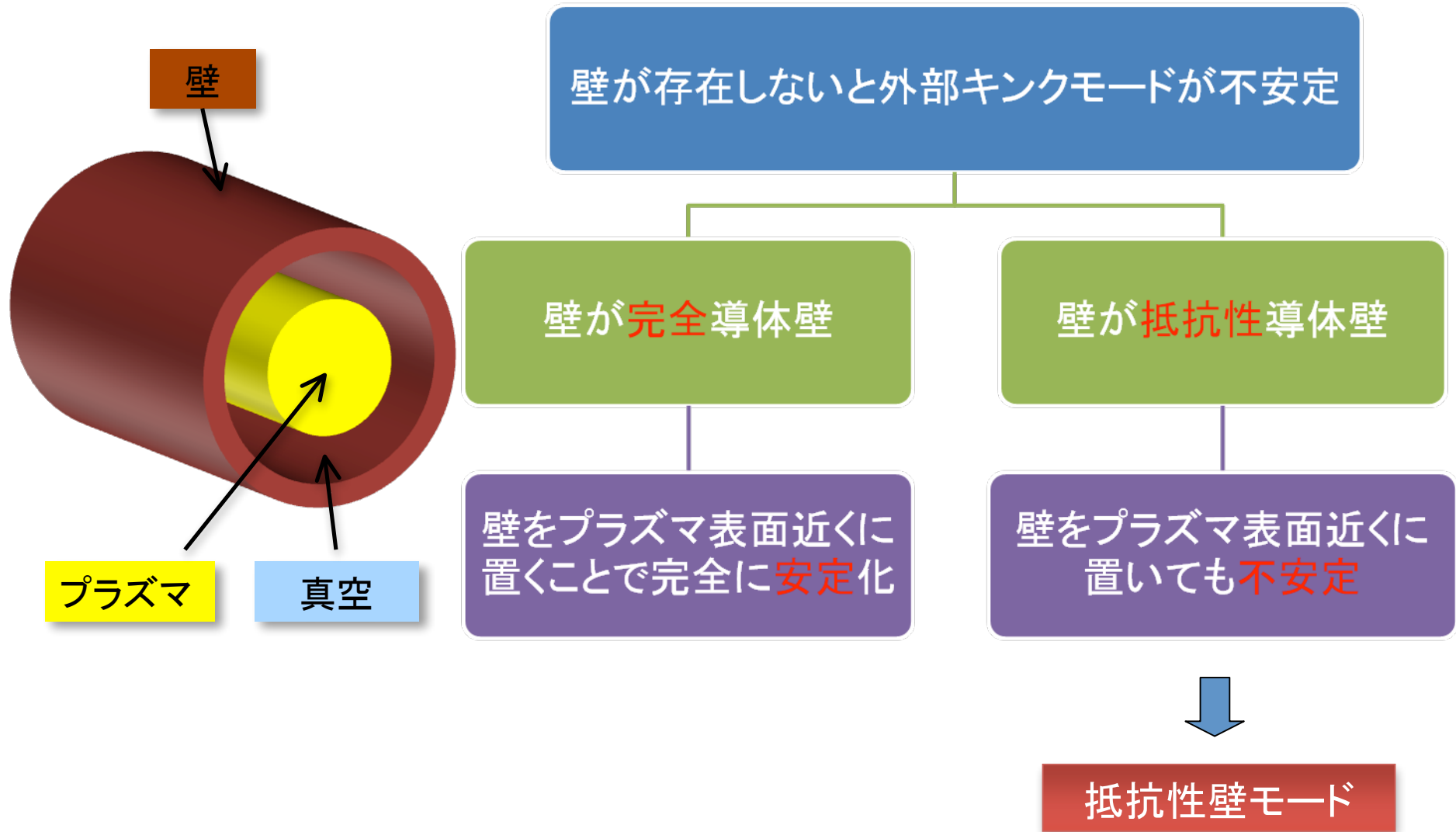


円柱トカマクにおける抵抗性壁 モードの非線形シミュレーション

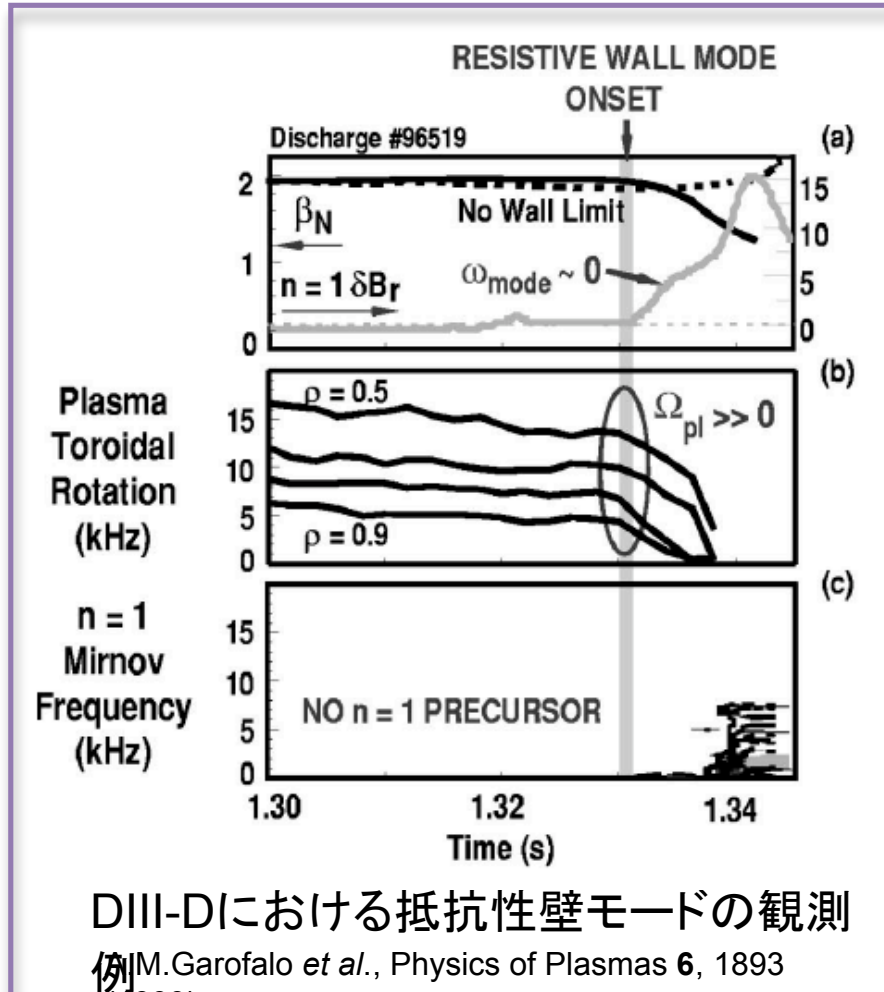
佐藤雅彦, 中島徳嘉

核融合科学研究所 理論・シミュレーション研究センター

抵抗性壁モード



抵抗性壁モードによるベータ値の制限



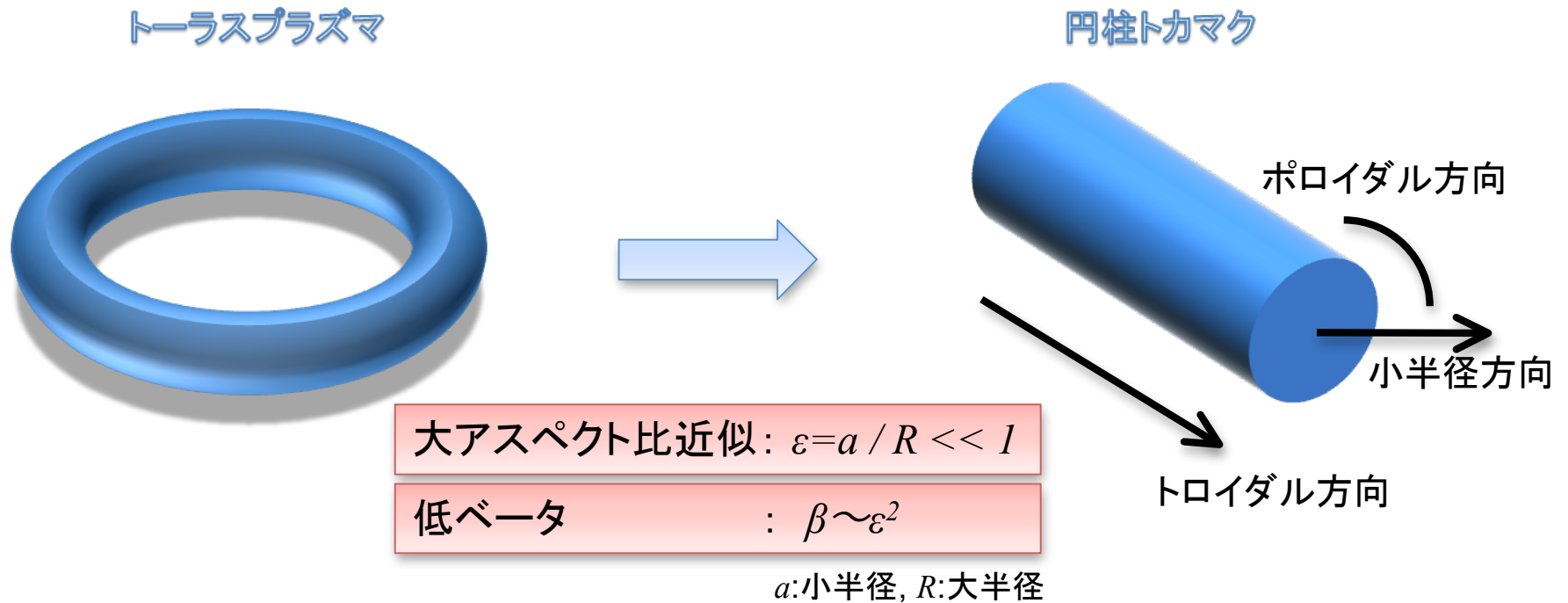
回転による抵抗性壁モードの抑制

回転の減速による
抵抗性壁モードの不安定化

抵抗性壁モードの成長による
ベータ値の減少

平衡流が存在するもとの、トーラスプラズマ中における
抵抗性壁モードの非線形挙動の解明を行いたい

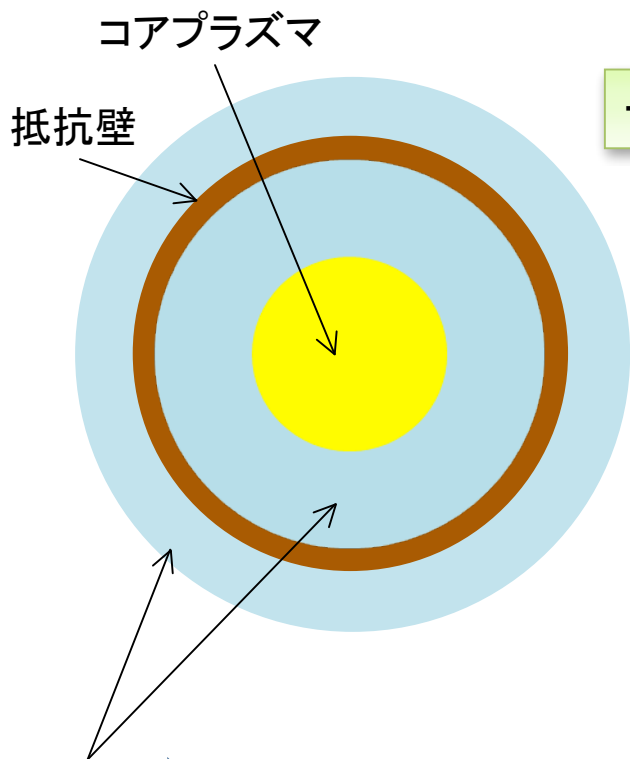
円柱トカマクモデル



ポロイダルフラックスと渦度の簡約化MHD方程式

- トロイダルカップリングの効果は含まれない。
- シングルヘリシティを仮定した2次元計算が可能。

擬真空プラズマモデル



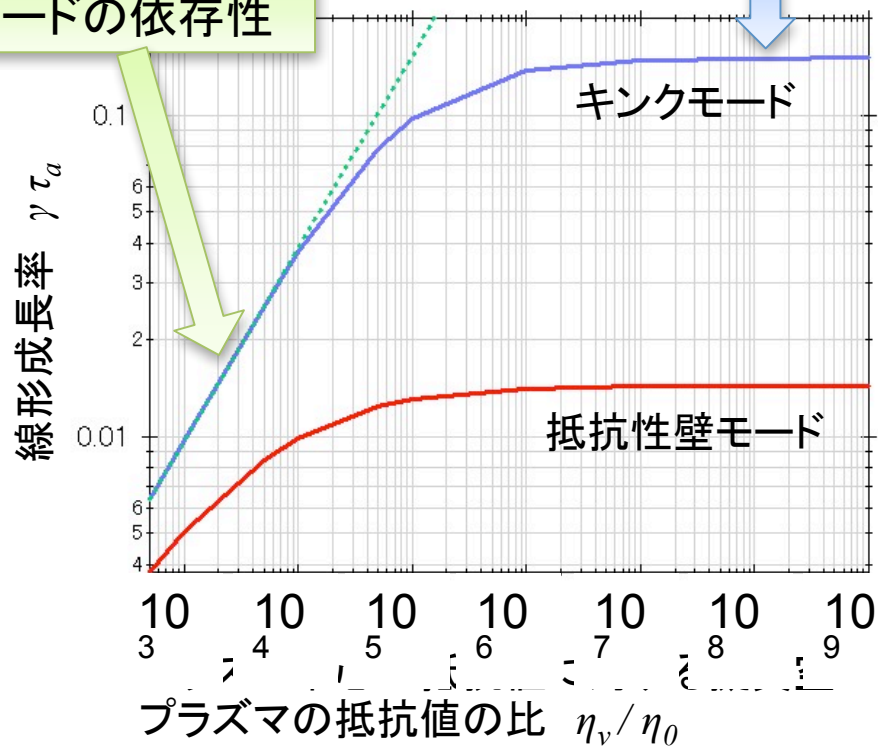
真空 → 抵抗が非常に大きく、
密度の小さいプラズマ

温度と密度の方程式も一緒に解く。

プラズマと擬真空プラズマを同じ方程式
で取り扱え、複雑な変形に対しても、アル
ゴリズムが破綻することなく計算が可能。

擬真空プラズマの抵抗に依存しない。

テアリングモードの依存性



大きな抵抗比での計算が必要

簡約化MHD方程式

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathbf{B} \cdot \nabla \phi + \eta J - E$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla U - \frac{1}{2} \nabla \rho \times \nabla v_{\perp}^2 \cdot \mathbf{e}_z - \mathbf{B} \cdot \nabla J - \mathbf{e}_z \cdot \nabla \times \nabla \cdot \boldsymbol{\pi} + S_m$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla T$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla \rho,$$

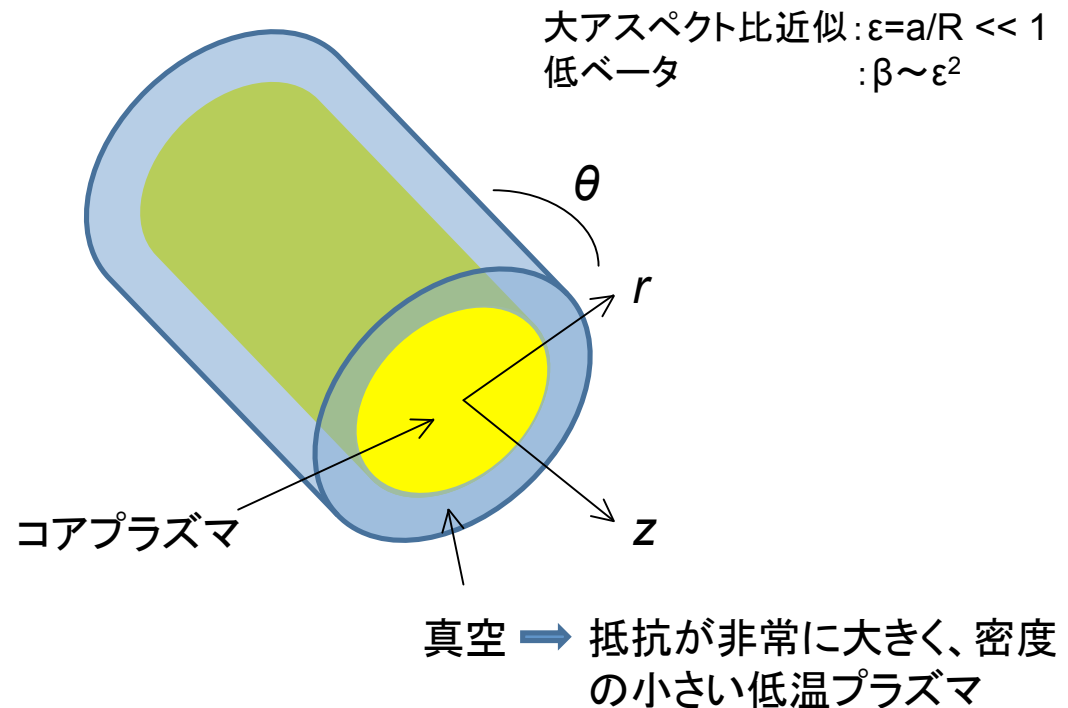
$$\mu_0 J = \nabla_{\perp}^2 \psi$$

$$U = \nabla \cdot (\rho \nabla_{\perp} \phi)$$

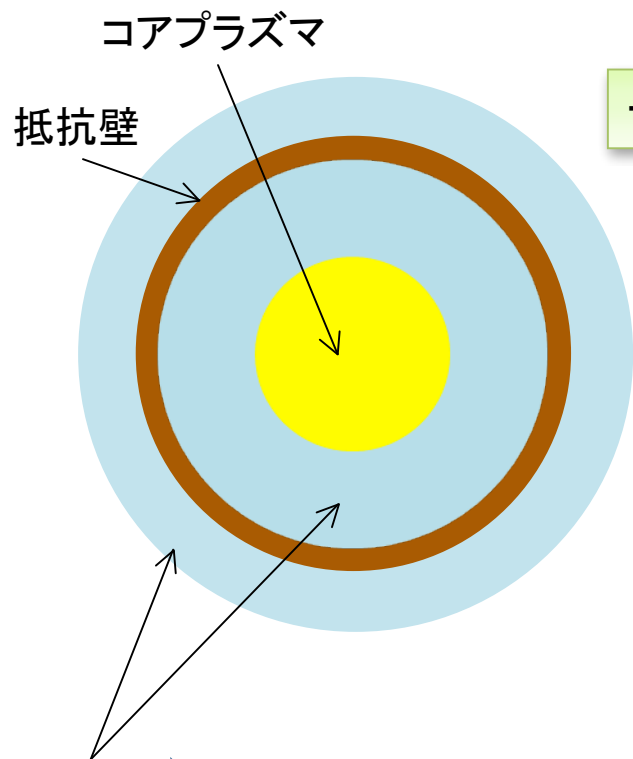
$$\eta \propto T^{-3/2}$$

$$\mathbf{B} = -\nabla \psi \times \mathbf{e}_z + B_z \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{v} = \nabla \phi \times \mathbf{e}_z$$



擬真空プラズマモデル



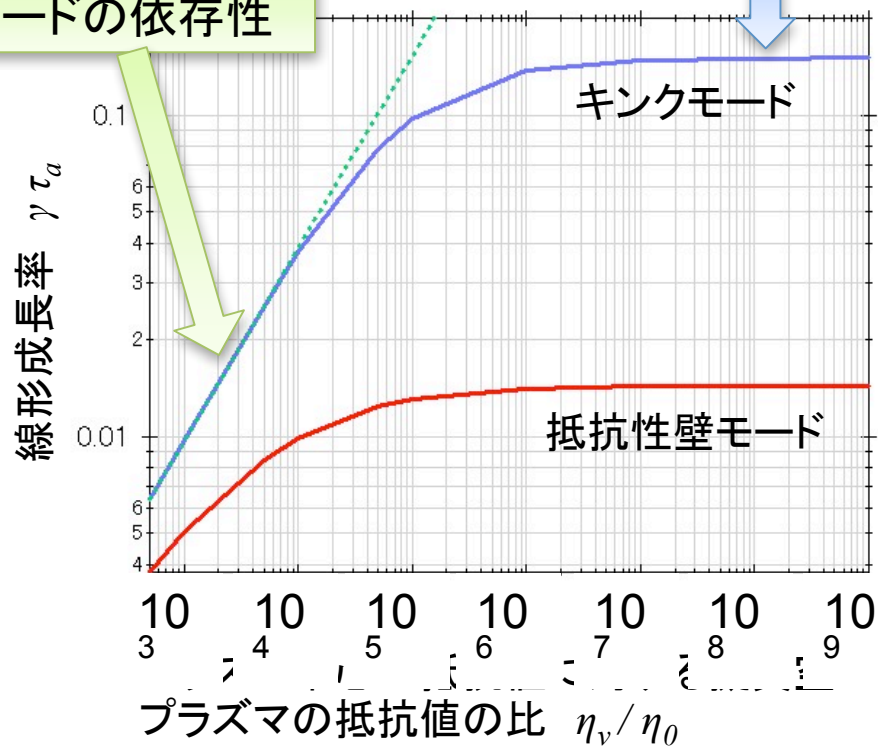
真空 → 抵抗が非常に大きく、密度の小さいプラズマ

温度と密度の方程式も一緒に解く。

プラズマと擬真空プラズマを同じ方程式で取り扱え、複雑な変形に対しても、アルゴリズムが破綻することなく計算が可能。

擬真空プラズマの抵抗に依存しない。

テアリングモードの依存性



大きな抵抗比での計算が必要

計算スキーム

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\mathbf{B} \cdot \nabla \phi + \eta J - E$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla U - \frac{1}{2} \nabla \rho \times \nabla v_{\perp}^2 \cdot \mathbf{e}_z$$

$$- \mathbf{B} \cdot \nabla J - \mathbf{e}_z \cdot \nabla \times \nabla \cdot \boldsymbol{\pi} + S_m$$

→ フーリエモード展開法

$$\phi_{m,n} \rightarrow \mathbf{v}_{\perp}(r, \theta, \zeta)$$

$$T(r, \theta) \rightarrow \eta_{m,n}$$

$$\rho(r, \theta) \rightarrow \rho_{m,n}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla T$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \mathbf{v}_{\perp} \cdot \nabla \rho$$

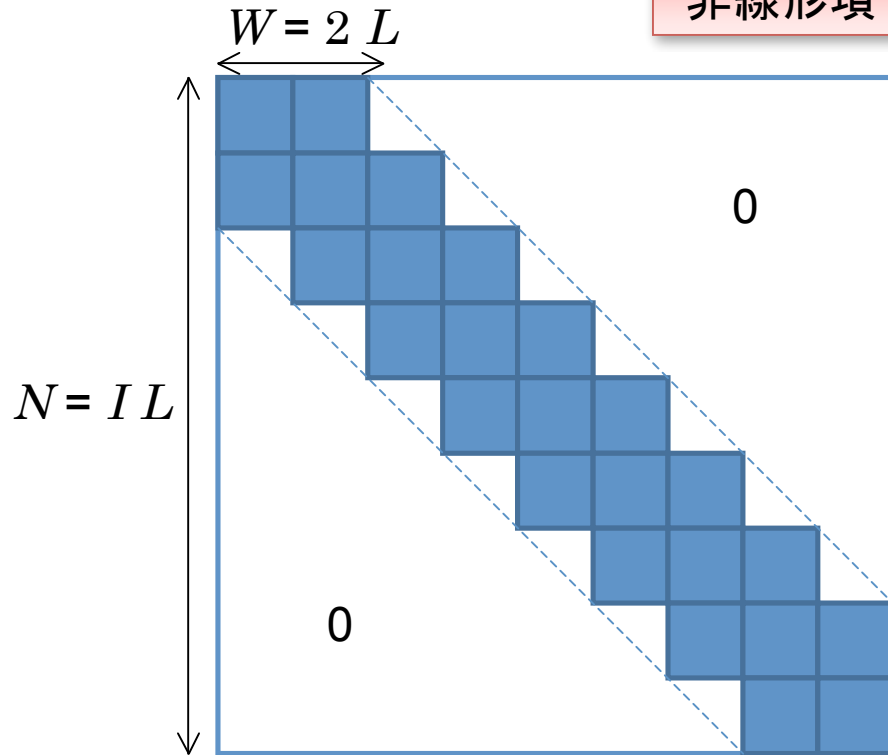
→ RCIP法

拡散項の取扱い

ポロイダルフラックス ψ の方程式

$$\frac{\partial \psi_{m,n}}{\partial t} = F + \eta_{eq} \nabla_{\perp}^2 \psi_{m,n} + \underbrace{\sum \eta_{m',n'} \psi_{m'',n''}}_{\text{非線形項}}$$

非線形項



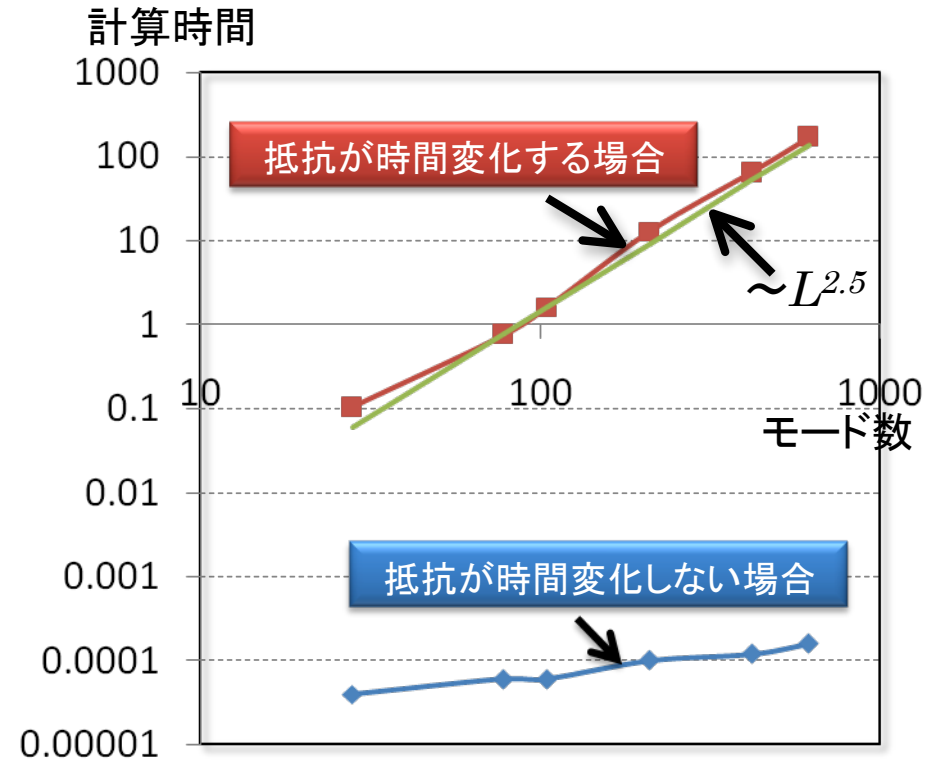
I : 小半径方向のメッシュ数
 L : モード数

抵抗が時間変化しない場合

計算量 $\sim IL$

抵抗が時間変化する場合

計算量 $\sim IL^3$

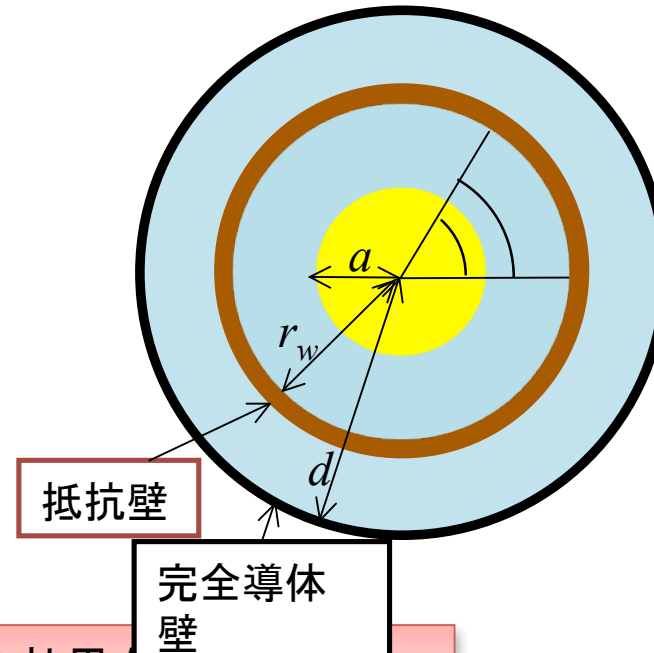
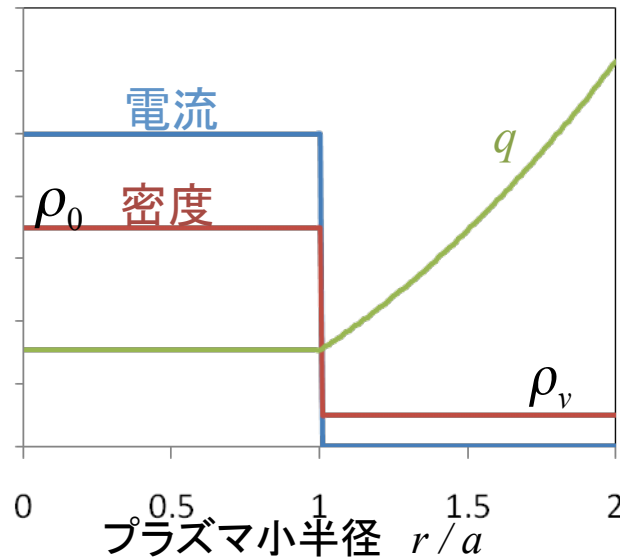


モード数に対する直接法の計算時間の依存性

抵抗性壁モードに対する回転の影響



ステップ関数状の平衡分布に対する分散式



密度依存性、ポロイダル回転による遠心力の効果を含む分散式

$$-(\omega - m\Omega)^2 \left\{ 1 + \frac{\rho_v}{\rho_0} \frac{1 + (a/r_w)^{2m}}{1 - (a/r_w)^{2m}} \right\} = \frac{\gamma_d^2 - i\tau_w^* \gamma_w^2 \omega}{1 - i\tau_w^* \omega} + (1 - \rho_v/\rho_0)(2\omega - m\Omega)\Omega$$

$$\omega = \omega_r + i\gamma$$

$$\gamma_d^2 = -2(m/q - n)^2 / (1 - (a/d)^{2m}) + 2(m/q - n)/q$$

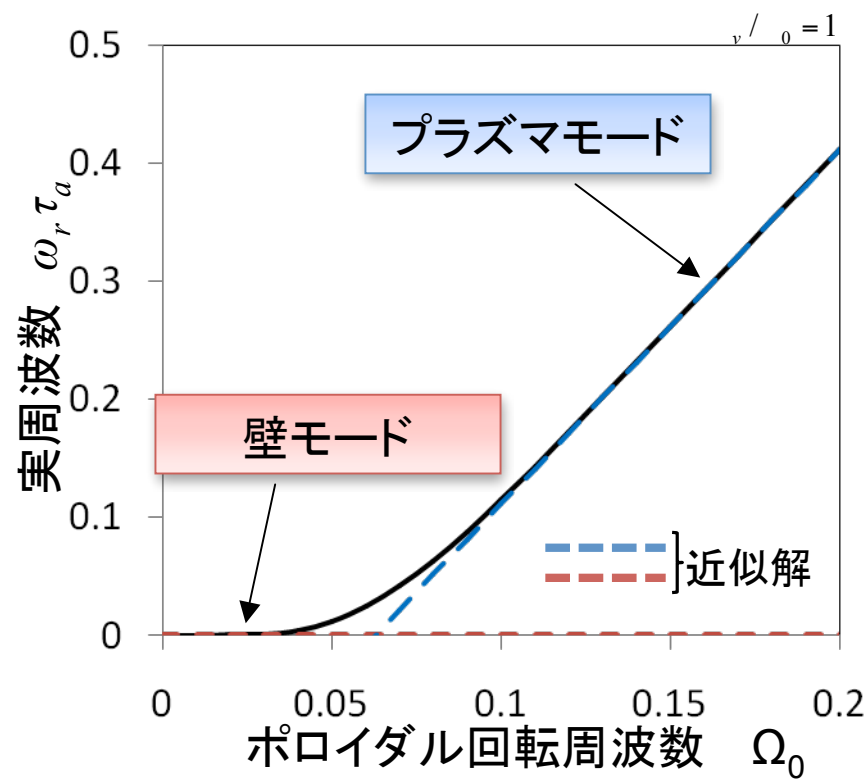
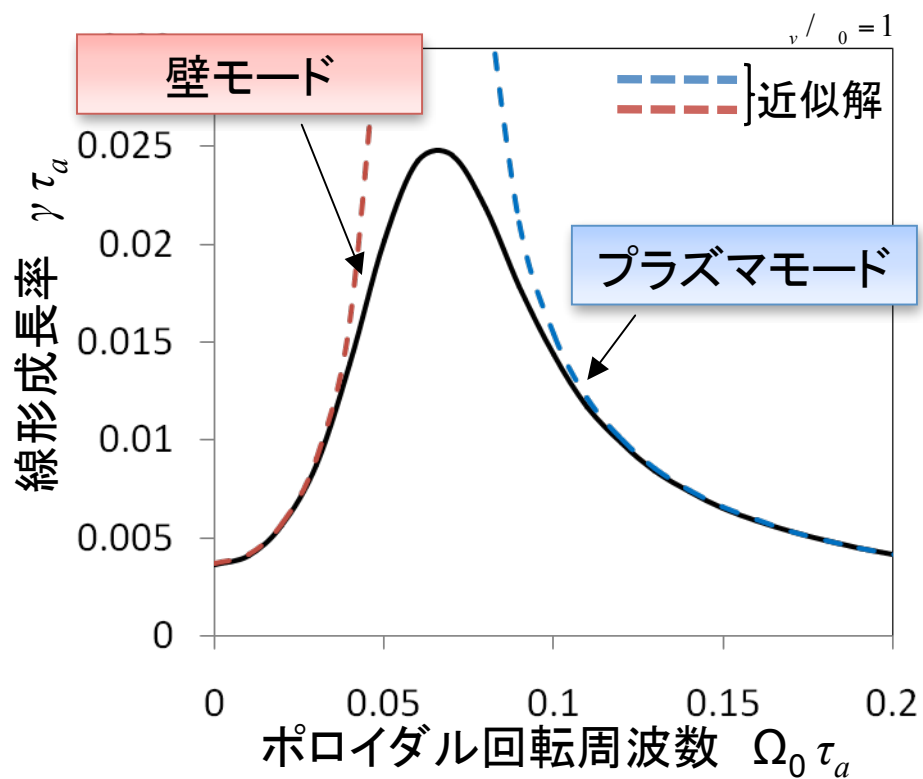
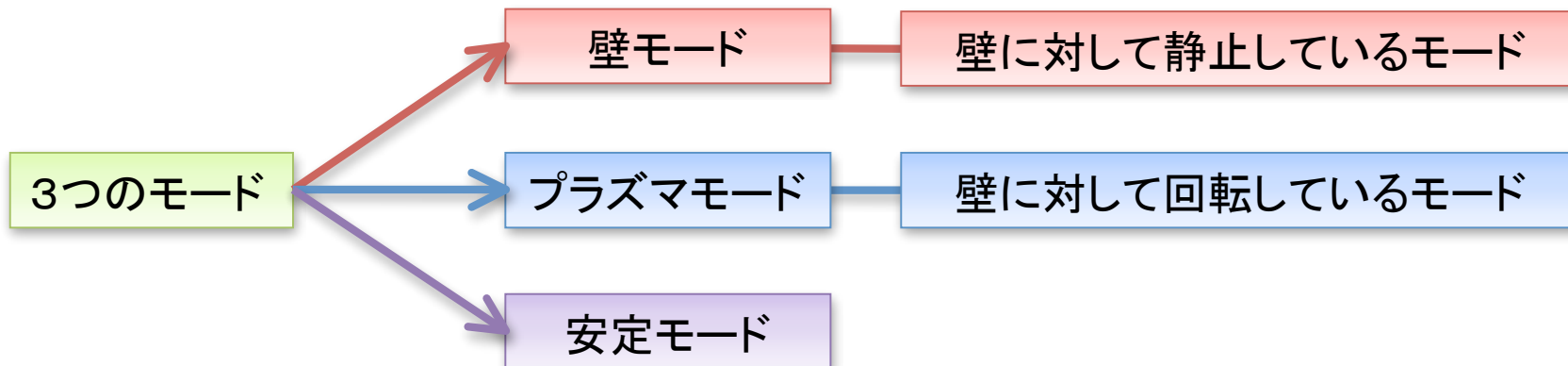
$$\tau_w^* = \frac{1 - (r_w/d)^{2m}}{1 - (a/d)^{2m}} (1 - (a/r_w)^{2m}) \frac{\tau_w}{2m}$$

Ω : Poloidal rotation frequency

m : poloidal mode number

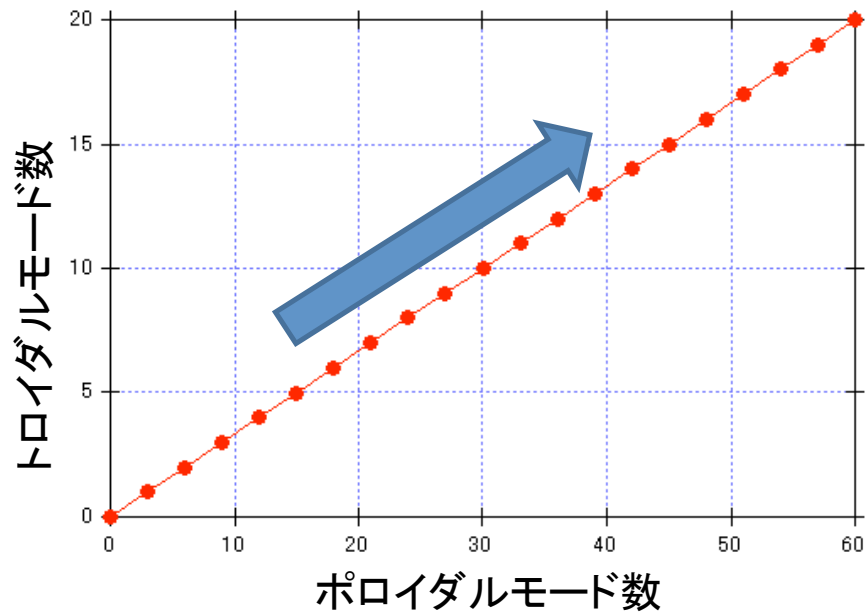
$$\tau_w = \frac{\mu_0 r_w \delta}{\eta_w}$$

分散式の解

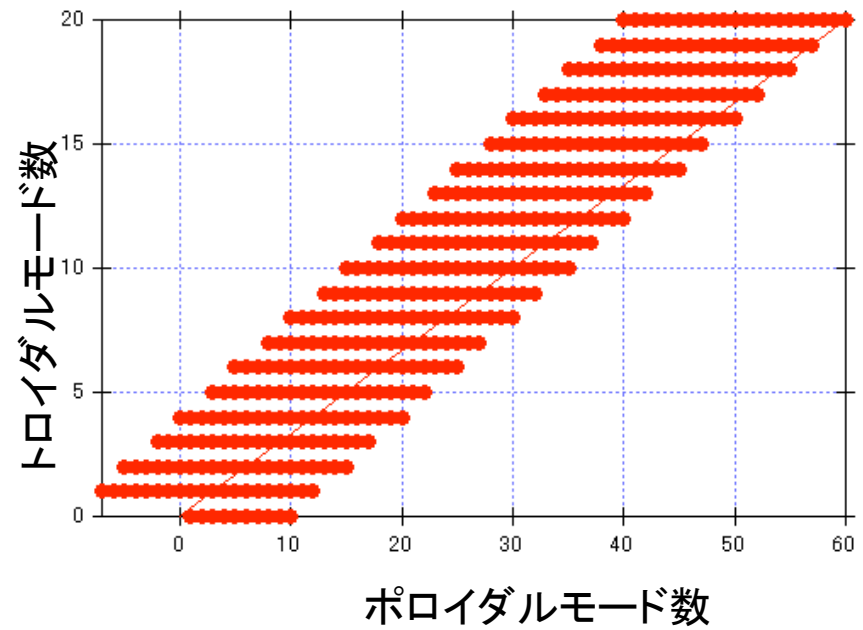


シングルヘリシティシミュレーション

シングルヘリシティ

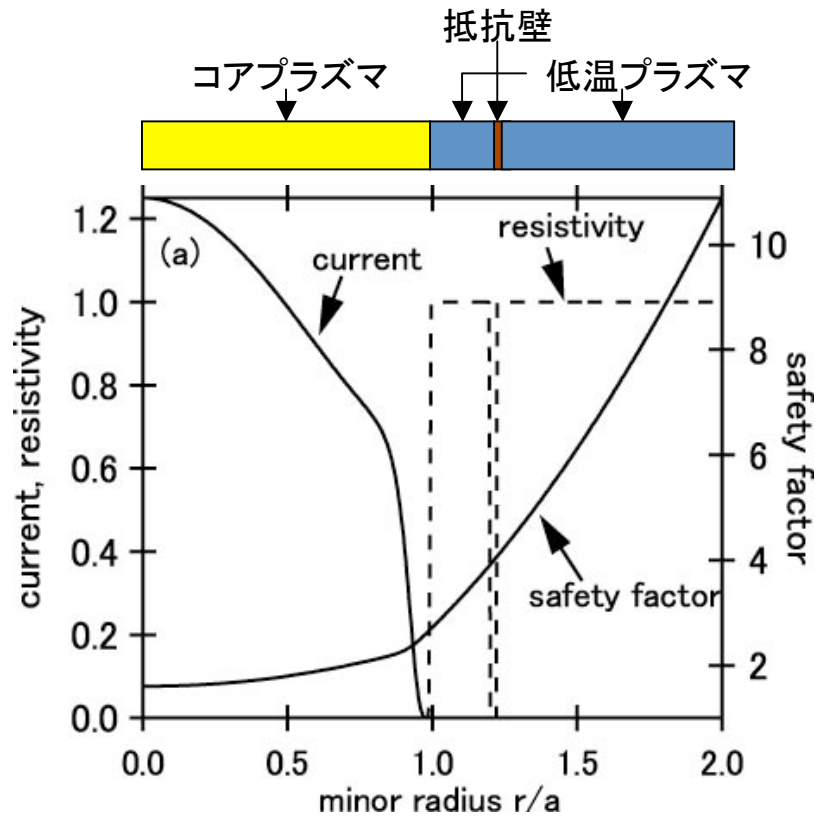


マルチヘリシティ



$$m / n = \text{一定}$$

平衡分布と線形成長率

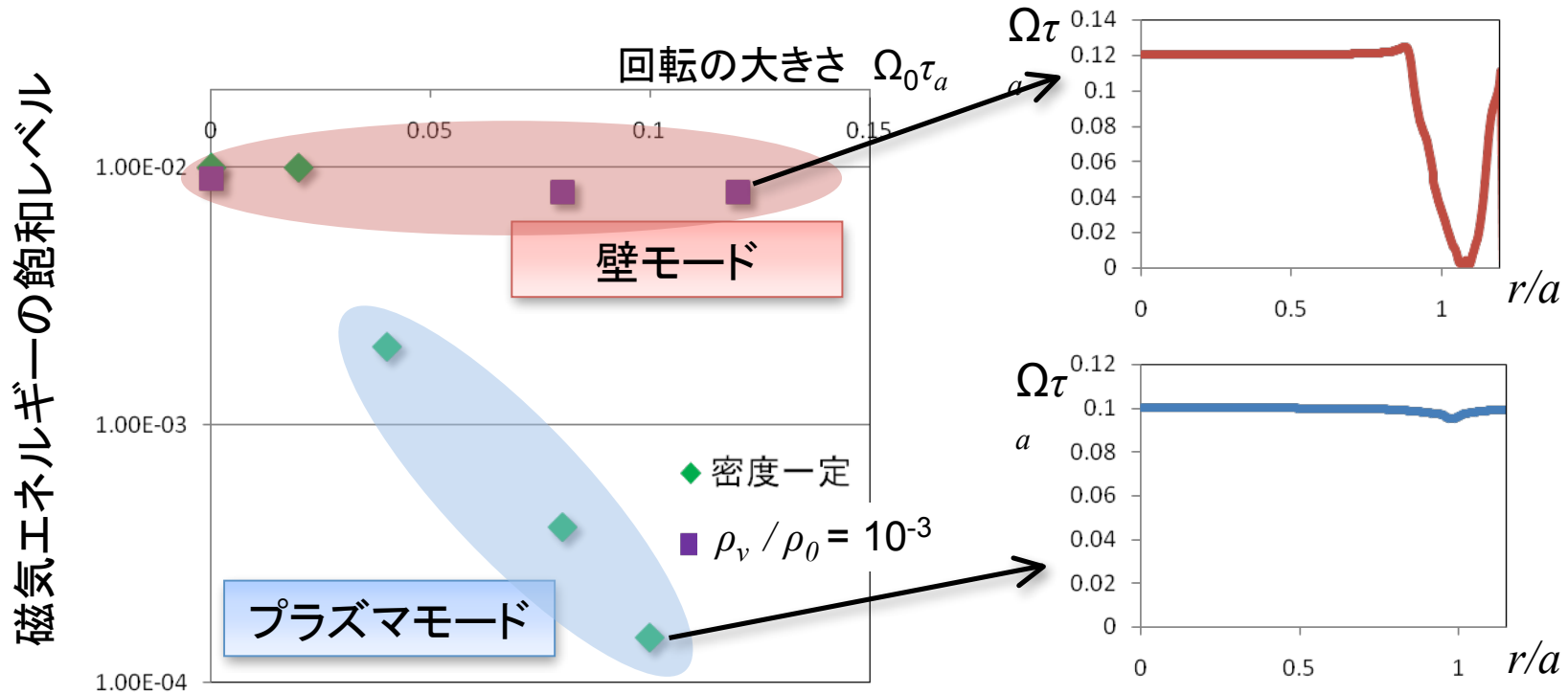


(m,n)	線形成長率($\gamma\tau_a$)	有理面の位置(r_s/a)
(3,1)	2.3×10^{-2}	1.05
(5,2)	5.8×10^{-3}	0.960
(2,1)	3.4×10^{-5}	0.708

(3,1)外部モード、(5,2)内部モードが不安定。

(2,1)内部モードの成長率は非常に小さい。

飽和レベルに対する回転の影響



非線形領域におけるポロイダル回転周波数

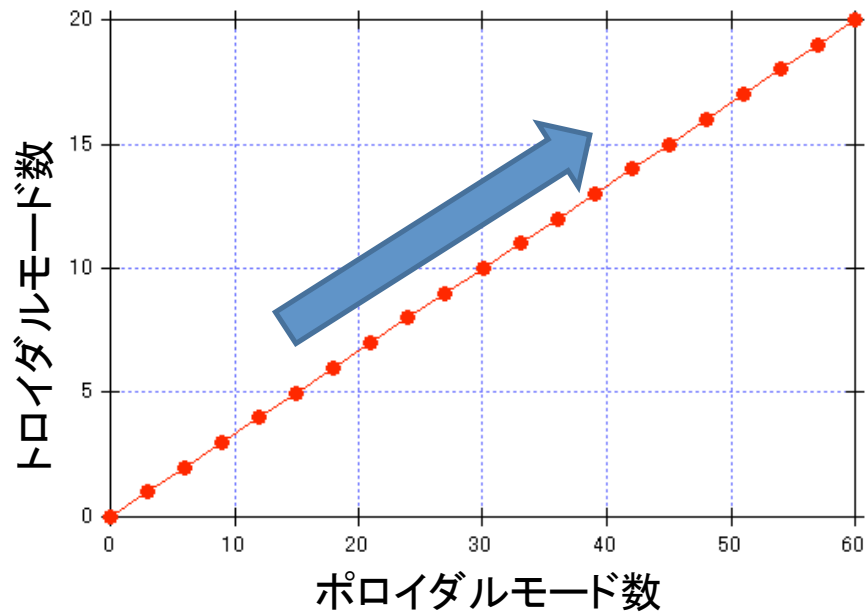
回転速度に対する依存性

回転を大きくすると...

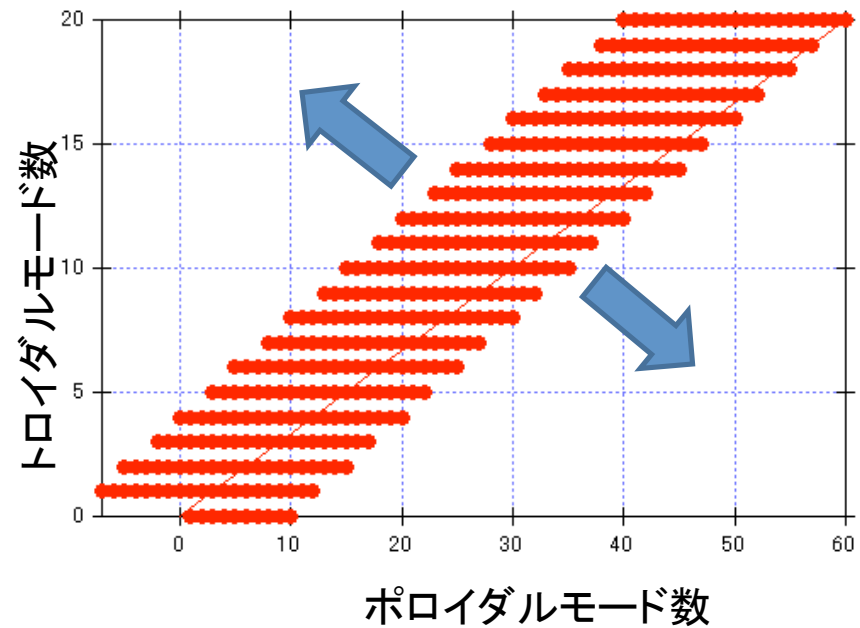
	減速トルクの絶対値	回転	飽和レベル
壁モード	大きくなる	大きく減速される	回転の大きさに依存しない
プラズマモード	小さくなる	減速されにくい	減少する

シミュレーションコードの3次元化

シングルヘリシティ



マルチヘリシティ

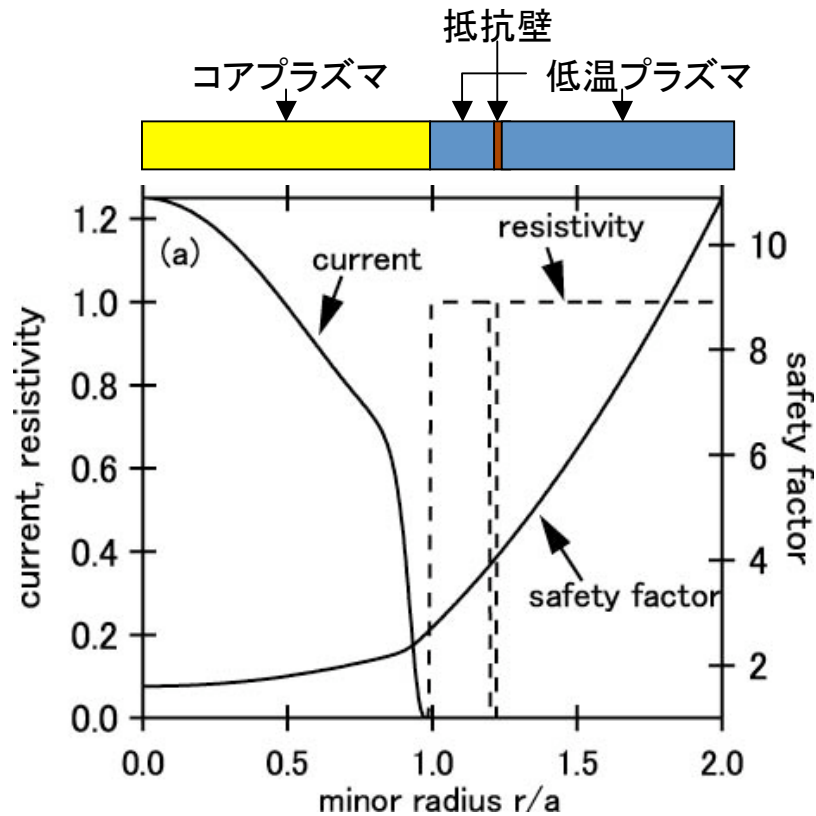


3次元化により使用するモード数の大幅な増加



計算速度の大幅な改善の必要性

平衡分布と線形成長率

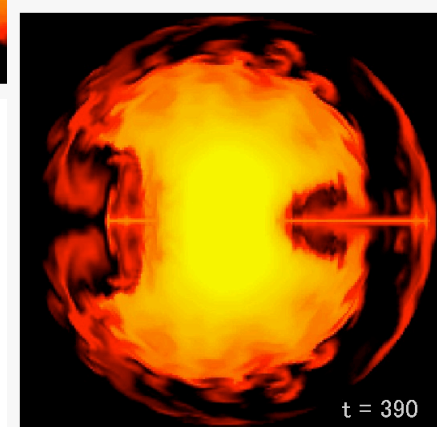
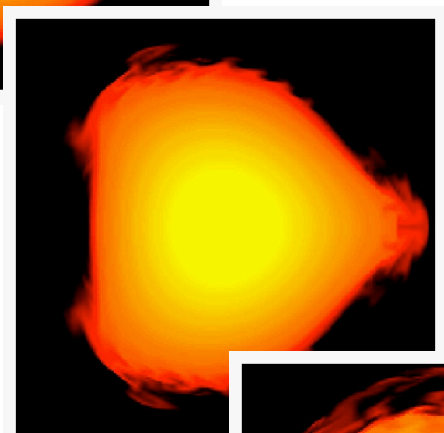
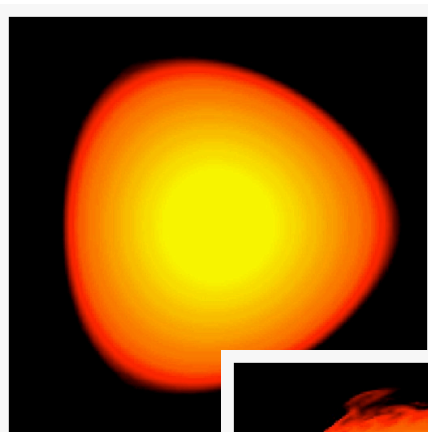


(m,n)	線形成長率($\gamma\tau_a$)	有理面の位置(r_s/a)
(3,1)	2.3×10^{-2}	1.05
(5,2)	5.8×10^{-3}	0.960
(2,1)	3.4×10^{-5}	0.708

(3,1)外部モード、(5,2)内部モードが不安定。

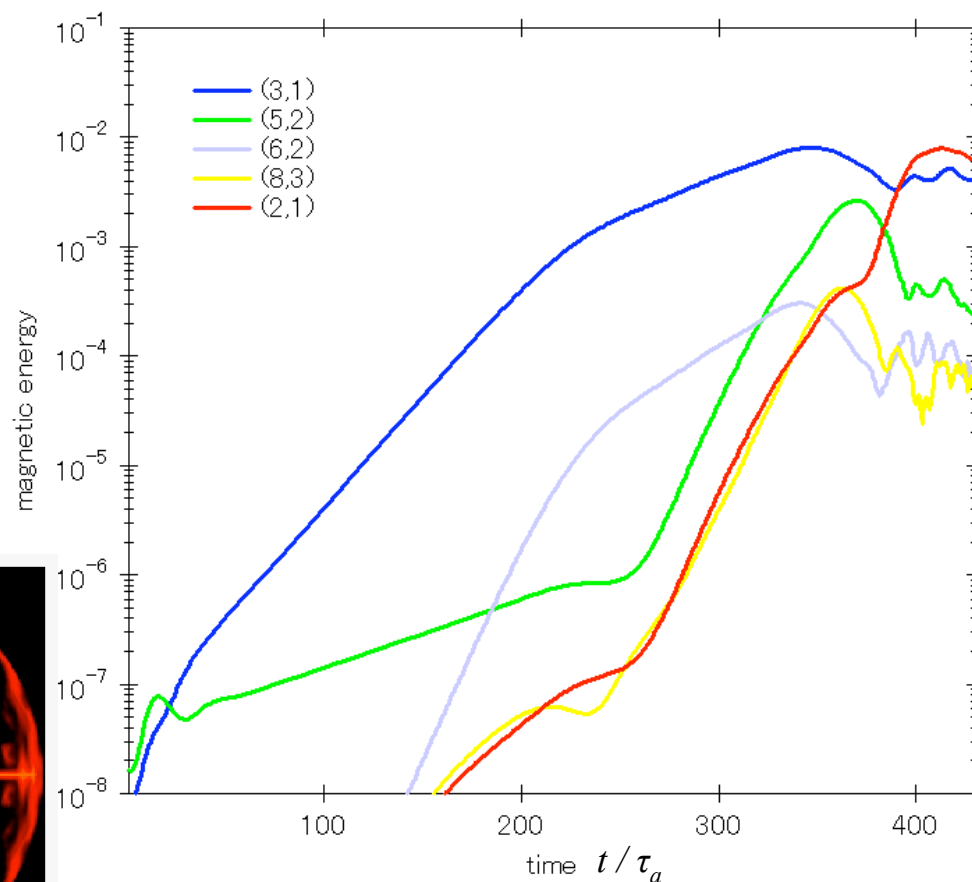
(2,1)内部モードの成長率は非常に小さい。

プラズマ形状、磁気エネルギーの時間変化



複雑かつ大変形
な場合でも計算
が可能

使用モード数: 78個



現在、より多くのモード数を用いた計算
を行い、計算結果の妥当性を検証中。

まとめ

円柱トカマクにおいて自由境界問題を取り扱うことができる、安定に計算が可能な非線形シミュレーションコードの開発。

抵抗性壁モードの非線形挙動に対する回転の影響を明らかにした。

「壁モード」: 回転を大きくしても、減速が起こり、飽和レベルは回転の大きさに依存しない。

「プラズマモード」: 回転を大きくするほど、減速されにくくなり、飽和レベルが減少する。

「壁モード」と「プラズマモード」では、回転の大きさに対するモード構造のねじれやすさが異なるため、減速トルクの大きさにも依存性の違いがある。これが原因で、減速のされやすさが異なり、飽和レベルの依存性も異なった結果となる。

抵抗性壁モードの3次元シミュレーション

(3,1)の抵抗性壁モードの成長後、(2,1)モードが不安定化されディスラプションが発生する可能性があるか？