



# トカマクプラズマにおけるITG乱流と 帯状流・GAM間の相互作用

---

日本原子力研究開発機構

宮戸直亮

共同研究者: 岸本泰明(京大)、李継全(京大)

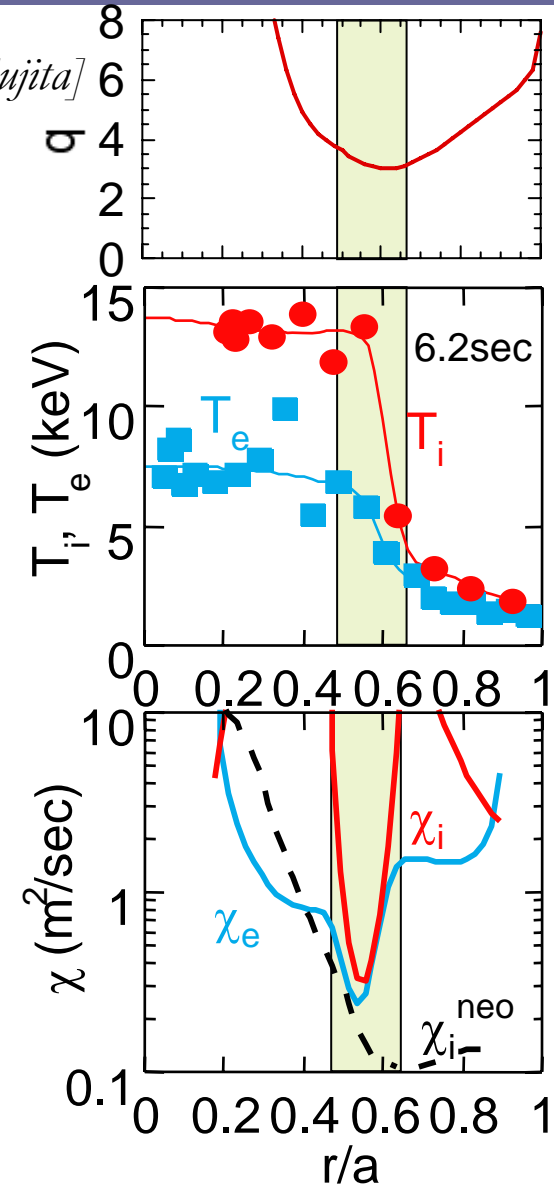
第10回若手科学者によるプラズマ研究会  
平成19年3月15日 於原子力機構那珂核融合研究所



# 研究の背景

- 高効率な核融合発電には、異常輸送を抑え、輸送障壁を形成することが不可欠である。
- 反転磁気シアを持つトカマクプラズマ実験では、安全係数 $q$ が最小となる面付近で内部輸送障壁(ITB)の形成が観測されている(右図)。
- **なぜ、最小 $q$ 面付近でITBが形成されるのか?**
- これまで、イオンのITB形成をイオン温度勾配(ITG)不安定性の安定化で説明しようとする研究があった。

[courtesy of Fujita]



# これまでのイオンITB形成理論

---

- 負磁気シア(安全係数 $q$ の $r$ 微分が負)によりトロイダルITG不安定性が安定化される。(Kim 1995等)
- 最小 $q$ 面付近の低磁気シアでトロイダルITG不安定性が安定化される。(Kishimoto 1998, Rogister 2001, Garbet 2001)  
→非共鳴モードを含まないときはそうかもしれない。
- 上記の研究は異常輸送を引き起こす不安定性、乱流の方に主眼があった。
- 本研究は、乱流から非線形的に生成される帯状流(乱流を抑制する効果がある)の振舞いに注目して最小 $q$ 面付近でのITB形成を説明しようとするものである。

# 静電的イオンランダウ流体モデル

イオンの連続の式(渦方程式)

$$\frac{dw}{dt} = T_{eq} \frac{a}{n_{eq}} \frac{dn_{eq}}{dr} (1 + \eta_i) \nabla_\theta \nabla_\perp^2 \phi + \frac{a}{n_{eq}} \frac{dn_{eq}}{dr} \nabla_\theta \phi - \nabla_\parallel v_\parallel + \omega_d \cdot \left( \phi + T_i + \frac{T_{eq}}{n_{eq}} n \right) + D_w \nabla_\perp^2 w$$

磁力線方向のイオンの運動方程式

$$\frac{dv_\parallel}{dt} = -\nabla_\parallel T_i - \frac{T_{eq}}{n_{eq}} \nabla_\parallel n - \nabla_\parallel \phi + D_v \nabla_\perp^2 v_\parallel$$

イオン温度の式

$$\frac{dT_i}{dt} = T_{eq} \frac{a}{n_{eq}} \frac{dn_{eq}}{dr} \eta_i \nabla_\theta \phi - \frac{2}{3} T_{eq} \nabla_\parallel v_{\parallel i} + T_{eq} \omega_d \cdot \left( \frac{2}{3} \phi + \frac{7}{3} T_i + \frac{2}{3} \frac{T_{eq}}{n_{eq}} n \right) - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{8T_{eq}}{\pi}} |\nabla_\parallel| T_i + D_T \nabla_\perp^2 T_i$$

電子の断熱応答

$$n = \frac{n_{eq}}{T_{eq}} (\phi - \langle \phi \rangle)$$

一般化渦度

$$w = \frac{1}{n_{eq}} n - \nabla_\perp^2 \phi$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial}{r \partial \theta} - \frac{\partial \phi}{r \partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

$$\omega_d = 2 \frac{a}{R} \left( \cos \theta \frac{\partial}{r \partial \theta} + \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

# 静的帯状流とGAM

レイノルズ応力

ZF eq. 
$$\frac{\partial \langle v_E \rangle}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \langle \tilde{v}_{Er} \tilde{v}_{E\theta} \rangle - \frac{2}{n_{eq}} \frac{a}{R} \langle p \sin \theta \rangle$$

(m,n)=(1,0) pressure eq. 
$$\frac{\partial}{\partial t} \langle p \sin \theta \rangle = -\langle [\tilde{\phi}, \tilde{p}] \sin \theta \rangle + (\Gamma + \tau) \frac{a}{qR} \langle v_{\parallel} \cos \theta \rangle + (\Gamma + \tau) \frac{a}{R} p_{eq} \langle v_E \rangle$$

(m,n)=(1,0) parallel ion velocity eq. 
$$\frac{\partial}{\partial t} \langle v_{\parallel} \cos \theta \rangle = -\langle [\tilde{\phi}, \tilde{v}_{\parallel}] \cos \theta \rangle - \frac{1}{n_{eq}} \frac{a}{qR} \langle p \sin \theta \rangle$$

Stationary ZF ( $\partial_t = 0$ )

$$\langle v_E \rangle = -\frac{1}{p_{eq} q} \langle v_{\parallel} \cos \theta \rangle$$

$$\langle p \sin \theta \rangle = 0$$

GAM ( $q \gg 1$ )

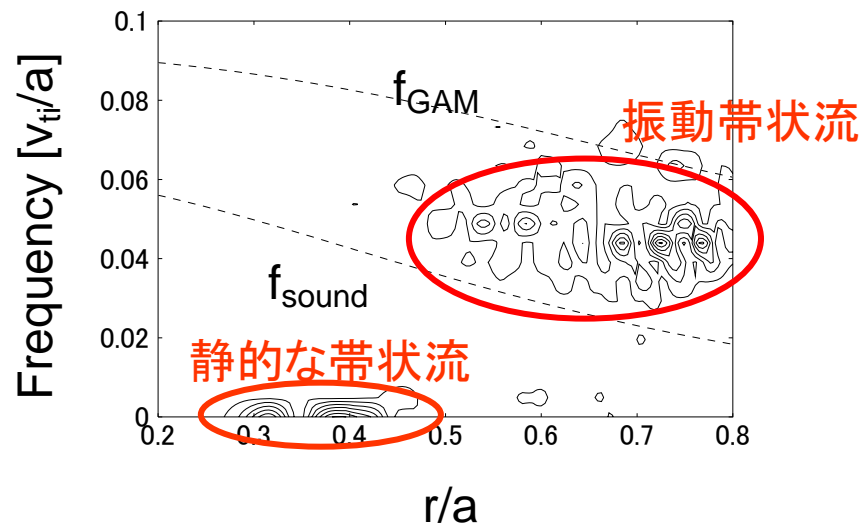
$$\frac{\partial^2 \langle v_E \rangle}{\partial t^2} = -2(\Gamma + \tau) T_{eq} \left( \frac{a}{R} \right)^2 \langle v_E \rangle$$

$$\Rightarrow \hat{\omega}_{\text{GAM}} = \sqrt{2(\Gamma + \tau) T_{eq}} \frac{a}{R}$$

GAM is oscillation between zonal flow  $\langle v_E \rangle = \frac{\partial \phi_0}{\partial r}$  and (1,0) pressure perturbation  $\langle p \sin \theta \rangle$

(1,0) parallel sound wave frequency 
$$\hat{\omega}_{\text{sound}} = \sqrt{(\Gamma + \tau) T_{eq}} \frac{a}{qR}$$

# 帯状流の周波数の空間変化



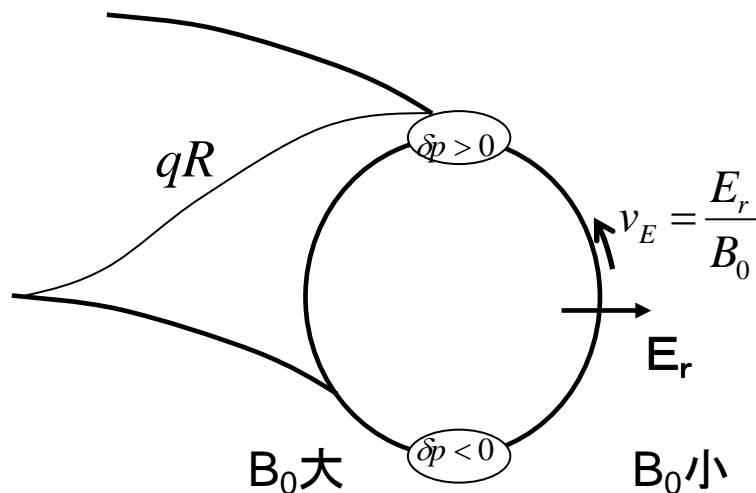
振動モードと静的モードの境界は振動帯状流の振動数と $(m,n)=(1,0)$ の磁力線方向の音波の周波数が同程度になるところ。

**qが大きいところ**

帯状流は $(m,n)=(1,0)$ の圧力揺動と共に振動

**qが小さいところ**

$(m,n)=(1,0)$ の圧力揺動が帯状流と振動するより速く磁力線方向に緩和するので、帯状流は振動しない。



# パラメータ

$$R_0 / a = 4, T_e = T_i$$

$$\rho_* = \rho_i / a = 0.0125, 0.005, 0.003$$

$$n_{eq} = N_0 / N_c = 0.8 + 0.2 \exp[-2(r/a)^2]$$

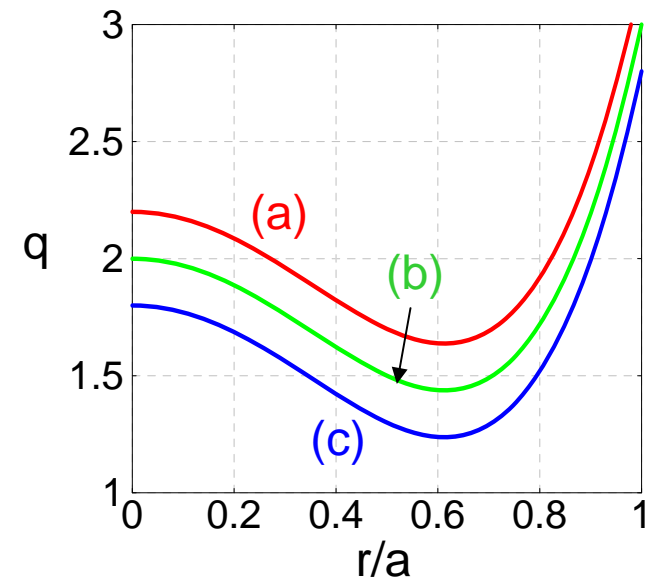
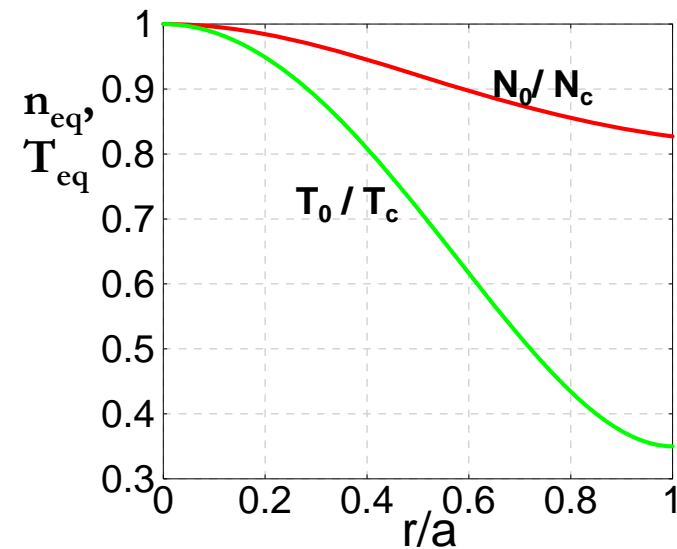
$$T_{eq} = T_0 / T_c = 0.35 + 0.65(1 - (r/a)^2)^2$$

- 安全係数 (q) 分布

(a)  $q = 2.2 - 3(r/a)^2 + 4(r/a)^4$

(b)  $q = 2 - 3(r/a)^2 + 4(r/a)^4$

(c)  $q = 1.8 - 3(r/a)^2 + 4(r/a)^4$



# パラメータ (続)

ポロイダル・トロイダル方向をフーリエモード展開、径方向を差分化して解く。

## フーリエモード数

$n_{\max}=50, \Delta n=2 (\rho_*=0.0125)$

$n_{\max}=100, \Delta n=4 (\rho_*=0.005)$

$n_{\max}=124, \Delta n=4 (\rho_*=0.003)$

※非共鳴モードも含む。

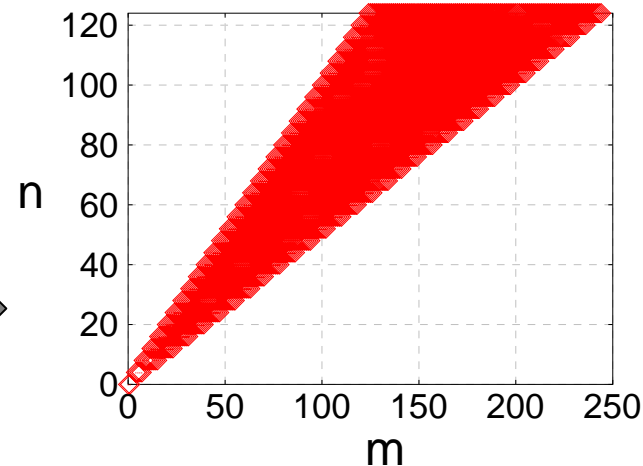
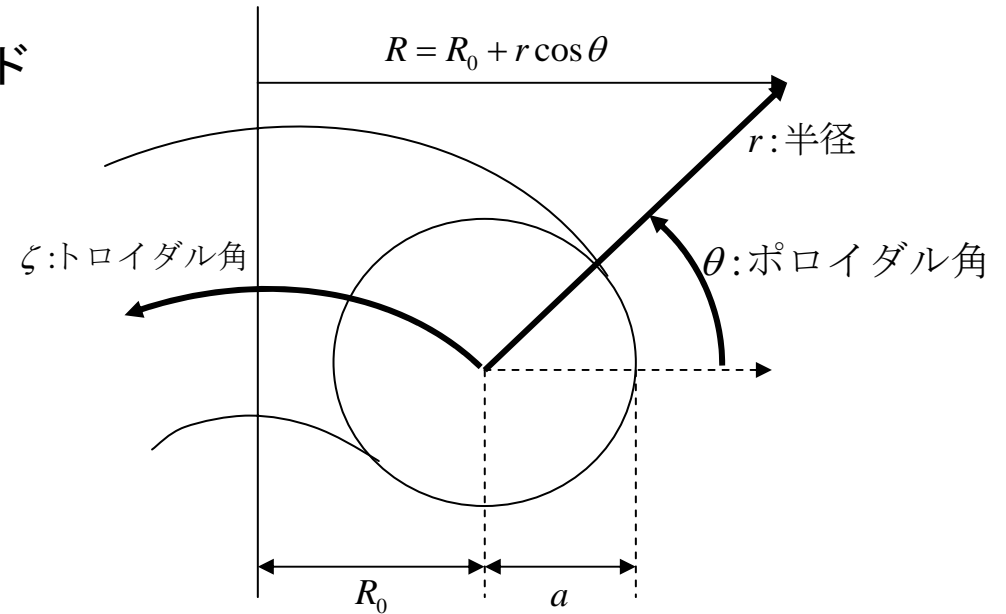
$n=0$ としては $(m,n)=(0,0),(1,0)$ のみ

## 径方向メッシュ数

256( $\rho_*=0.0125$ ),

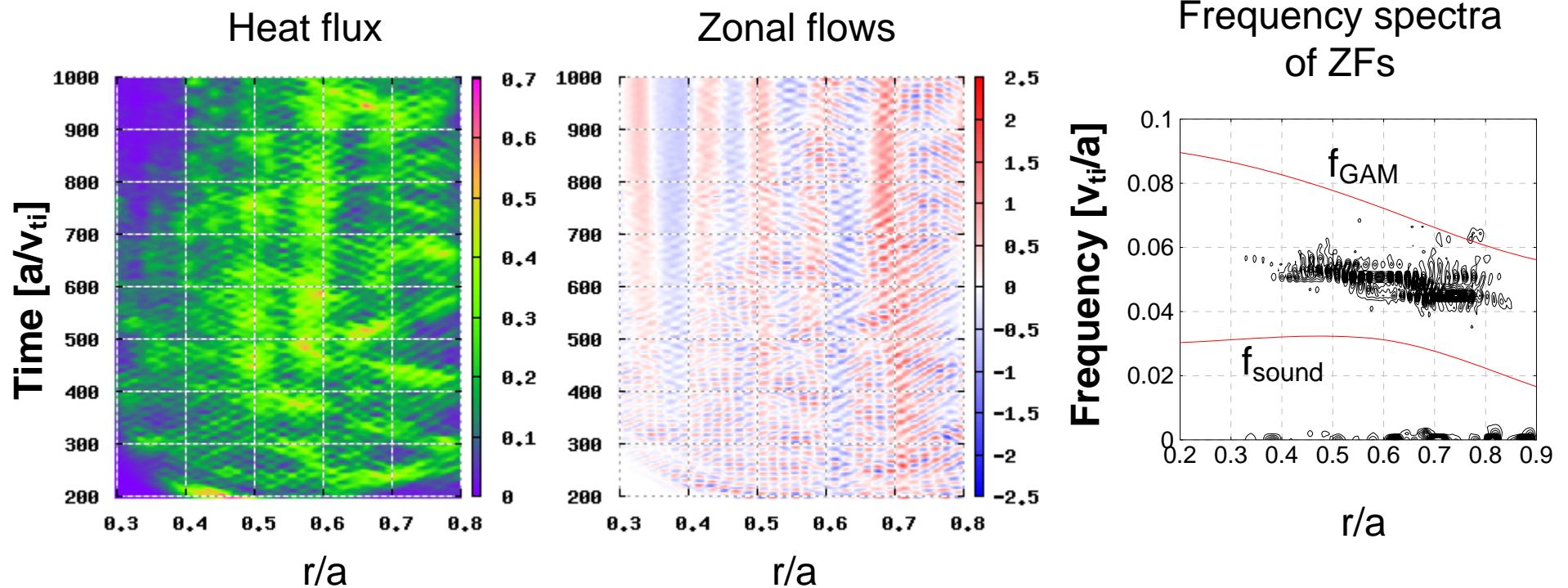
512( $\rho_*=0.005$  and  $0.003$ )

$q(0) = 1.8$ で $\rho_* = 0.003$ の場合  
総フーリエモード数は1944



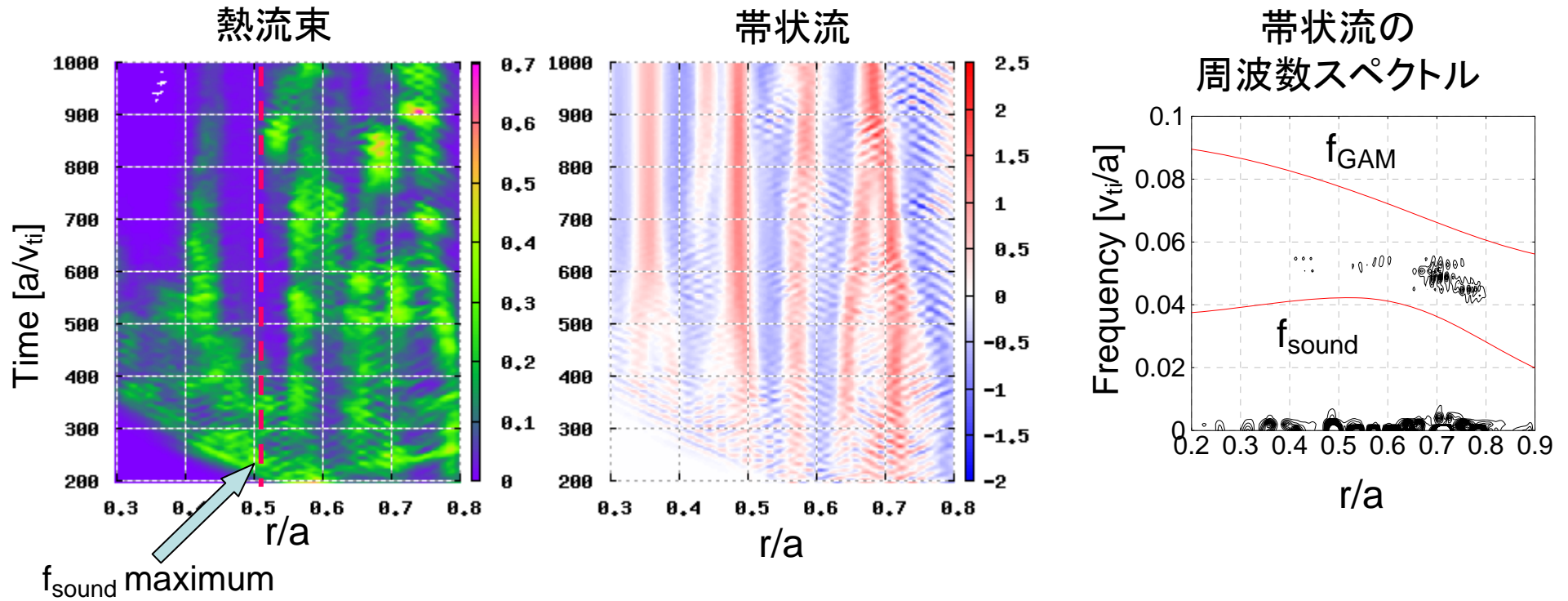


$$q_0=2.2, \rho_*=0.005$$



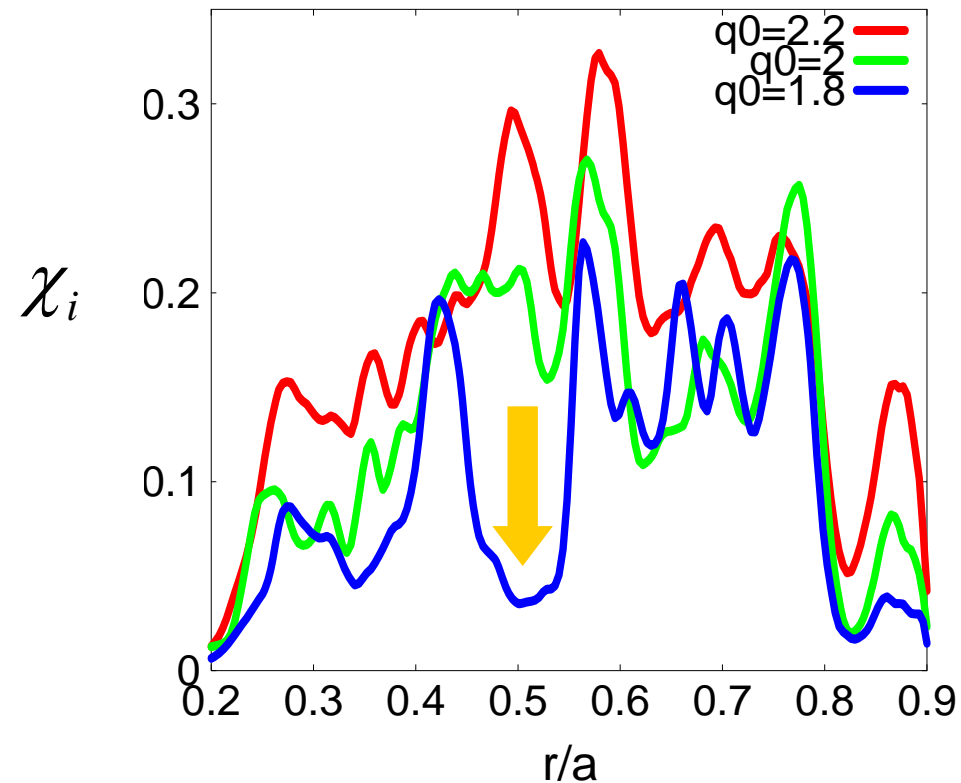
- GAMがほぼ全体で支配的。
- 熱流束は最小q面でも小さくない。
- 最小q面近傍の低磁気シアは乱流輸送を抑えない。

$$q_0 = 1.8, \rho_* = 0.005$$



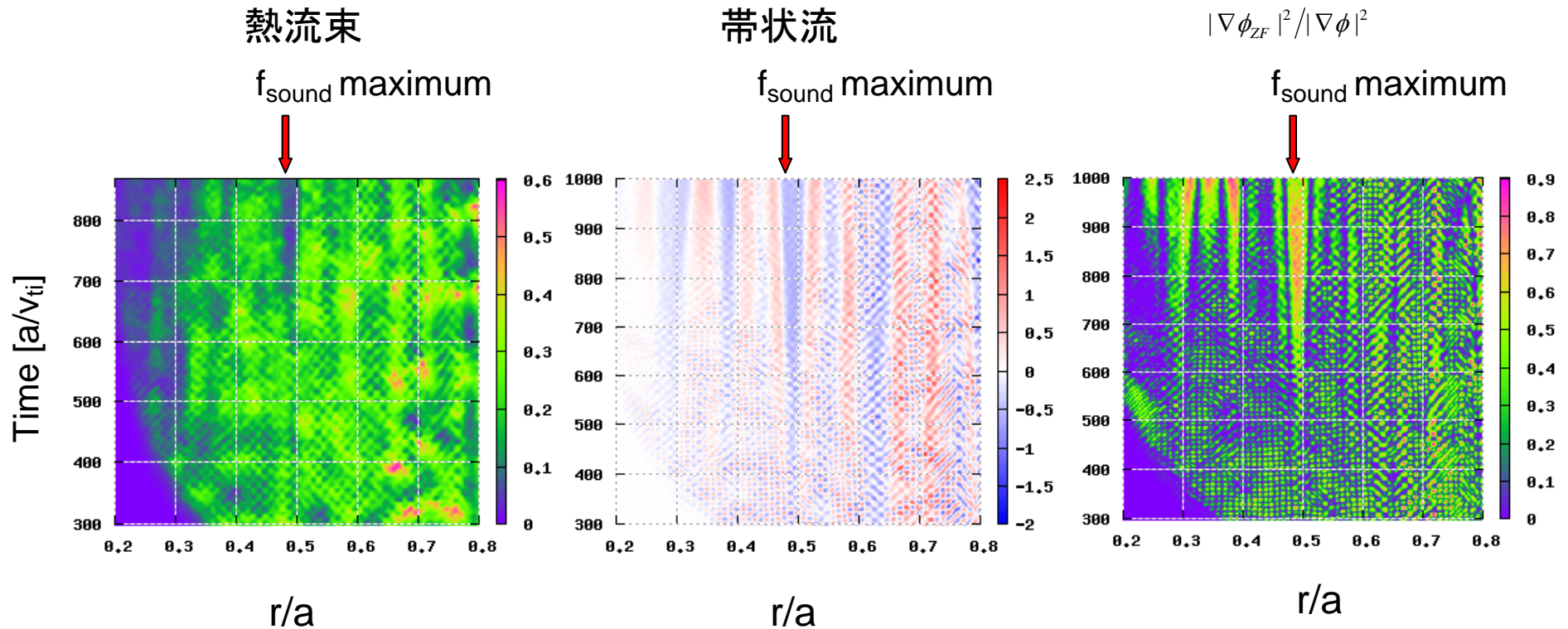
- (1,0)モードの磁力線方向の音波の周波数 $f_{\text{sound}}$ がGAM周波数に近づくと、GAMは減衰する。
- $f_{\text{sound}}$ 最大面の近傍で乱流輸送がよく抑えられる。

# イオン熱輸送係数 ( $\rho_* = 0.005$ )



- 安全係数が低いとき、(1,0)モードのイオン音波の周波数が最大となる  $r/a = 0.5$  付近での熱輸送の減少が明らか。

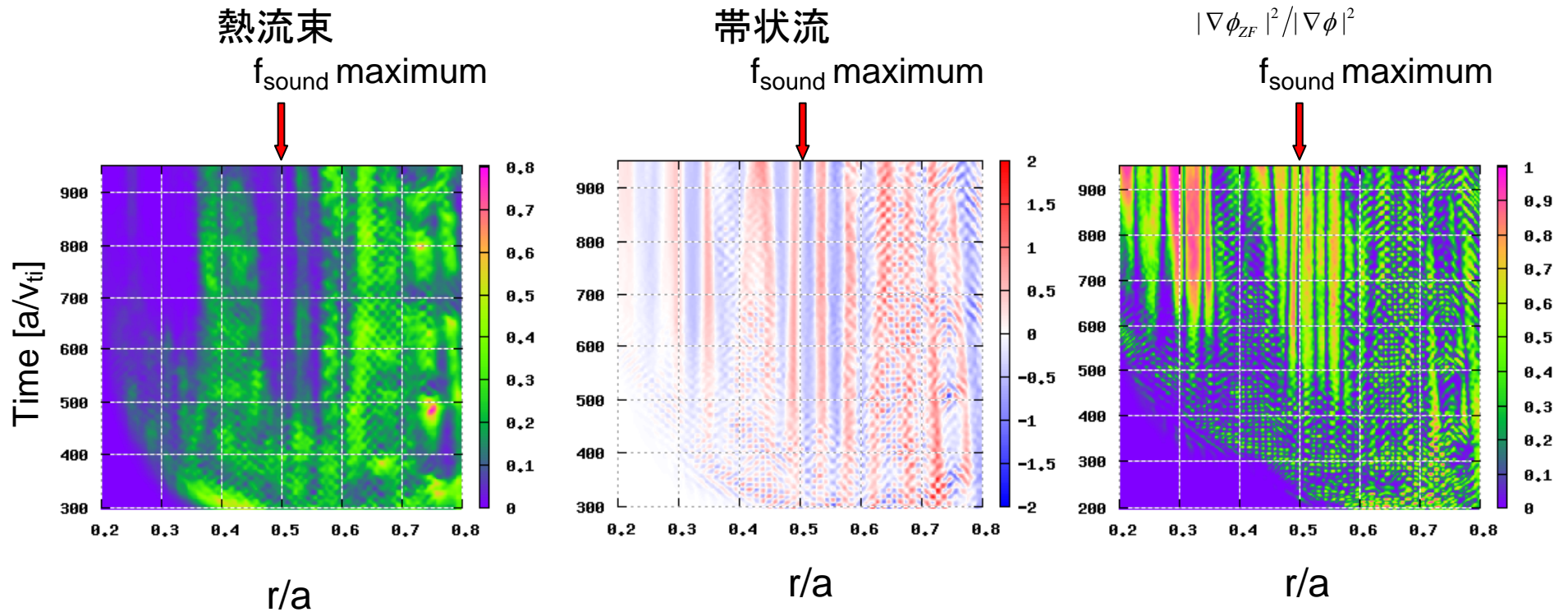
$$q_0=2.2, \rho_*=0.003$$



- 高 $q$ でも(1,0)モードの音波の周波数が最大となる面付近での静的帯状流の生成と熱流束の抑制が見られる。

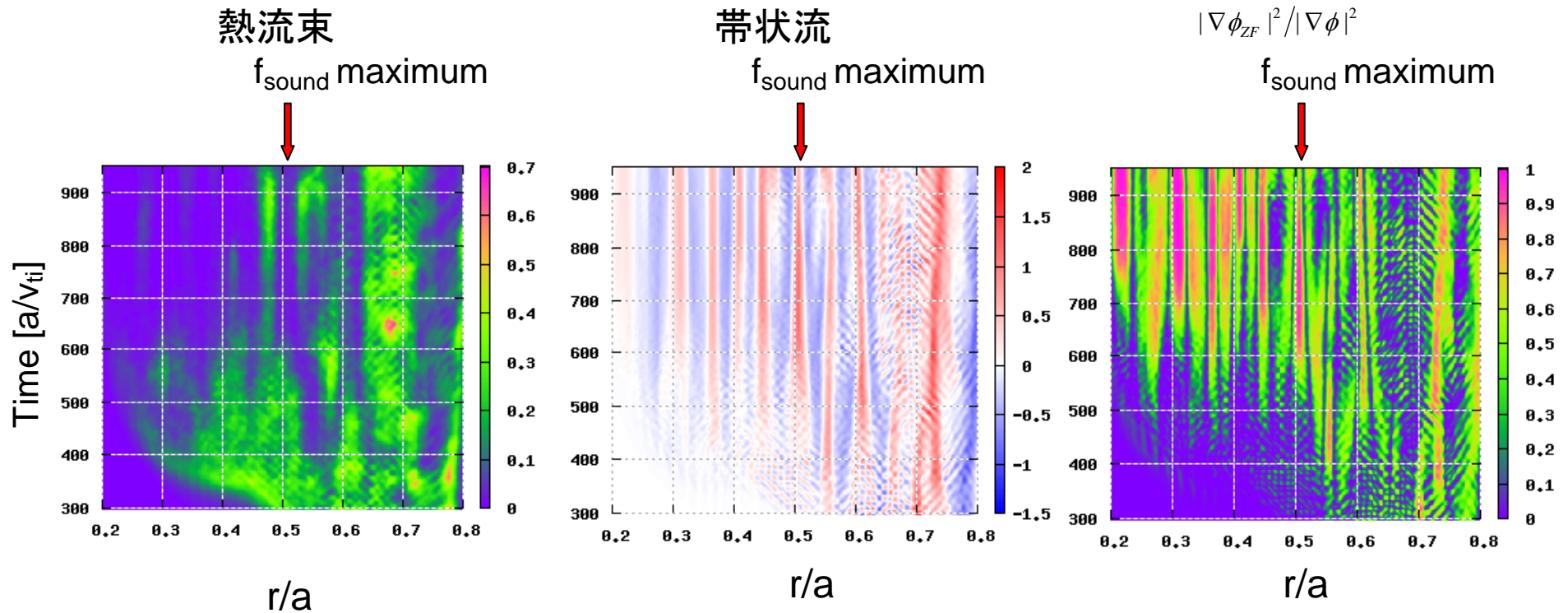


$$q_0=2, \rho_*=0.003$$



- 熱輸送は安全係数最小面よりも、(1,0)モードの音波の周波数が最大となる面付近でよく抑えられる。

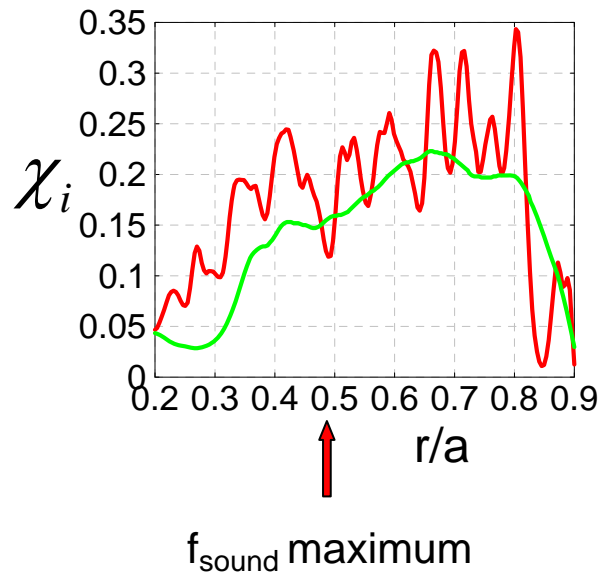
$$q_0=1.8, \rho_*=0.003$$



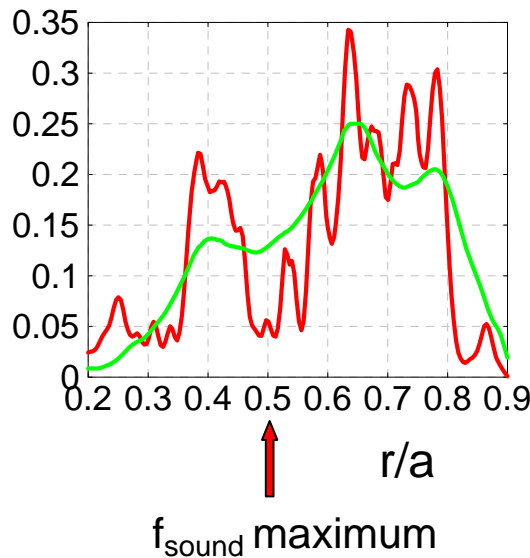
- 熱輸送は安全係数最小面よりも、(1,0)モードの音波の周波数が最大となる面付近でよく抑えられる。

# イオン熱輸送係数 ( $\rho_* = 0.003$ )

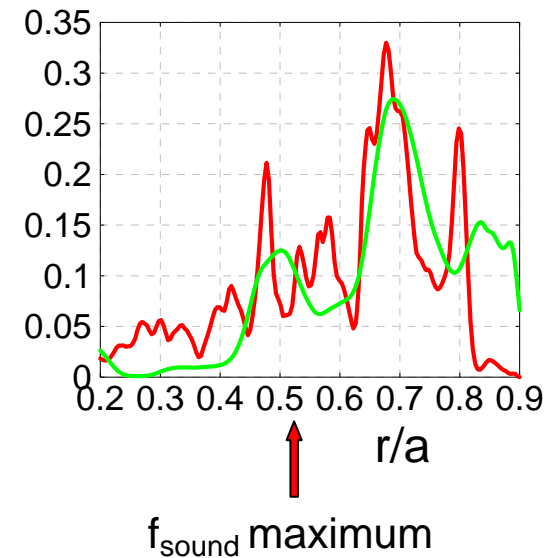
$q_0 = 2.2$



$q_0 = 2$



$q_0 = 1.8$



(黄緑色の線は  $\rho_* = 0.0125$  の場合)

- 安全係数が高い場合も、(1,0)モードの音波の周波数が最大となる面と熱輸送が小さいところの対応が見られる。

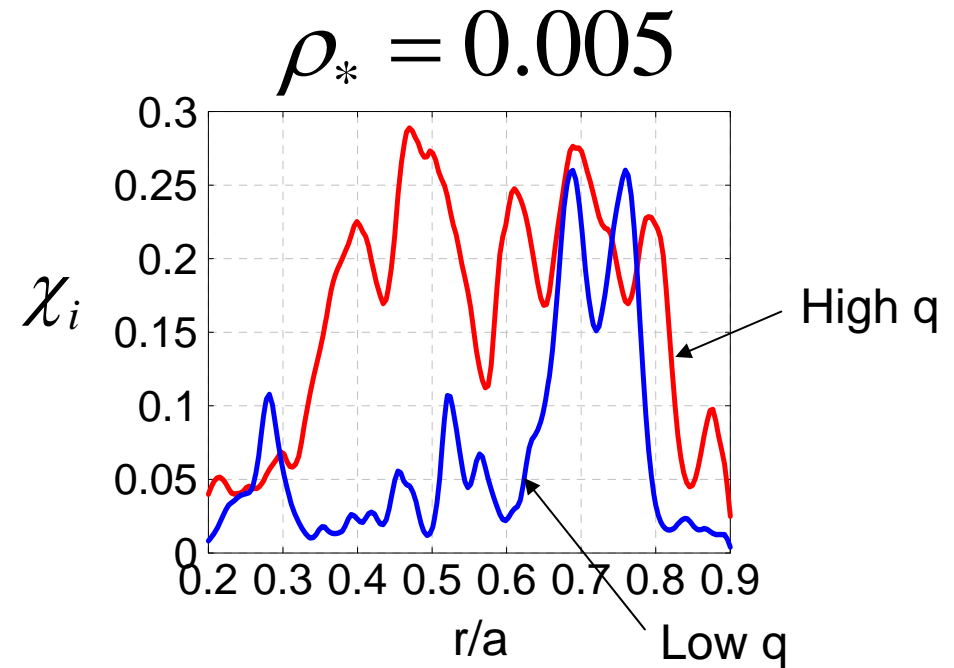
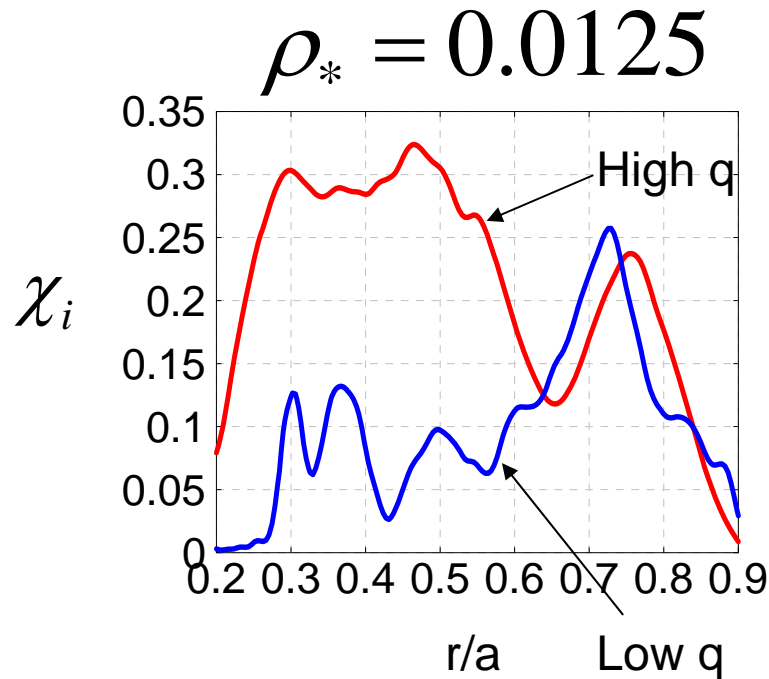
# まとめ

---

- 反転磁気シアトカマクの安全係数( $q$ )最小面付近で輸送障壁が形成されるのは、 $q$ の大きさによる帯状流の振舞いの変化によるものではないかというアイデアを確かめるために反転磁気シアトカマクのシミュレーションを行った。
- 安全係数 $q$ が高い場合、時間的に振動する帯状流である Geodesic Acoustic Mode (GAM)が支配的で、最小 $q$ 面でも乱流熱輸送は小さくはない。
- 分布の形はそのまま $q$ を低くすると、最小 $q$ 面近傍で熱輸送の減少が見られた。これは、帯状流の性質がGAMから静的帯状流に変わったことによる。
- $\rho_*$ が小さいとき、最小 $q$ 面というより、 $(m, n)=(1, 0)$ モードの磁力線方向のイオン音波の周波数が最大となる面で熱輸送が抑えられていることが明らかになる。これは $q$ が高い場合でも見られた。

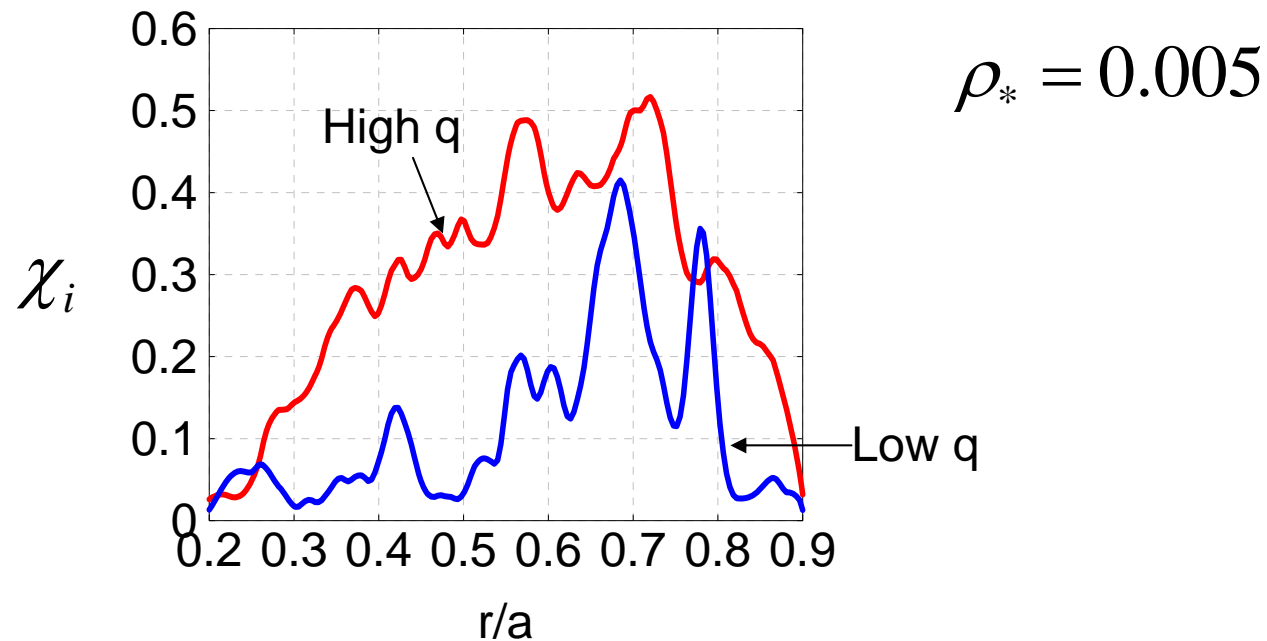


# 非共鳴モードのない場合



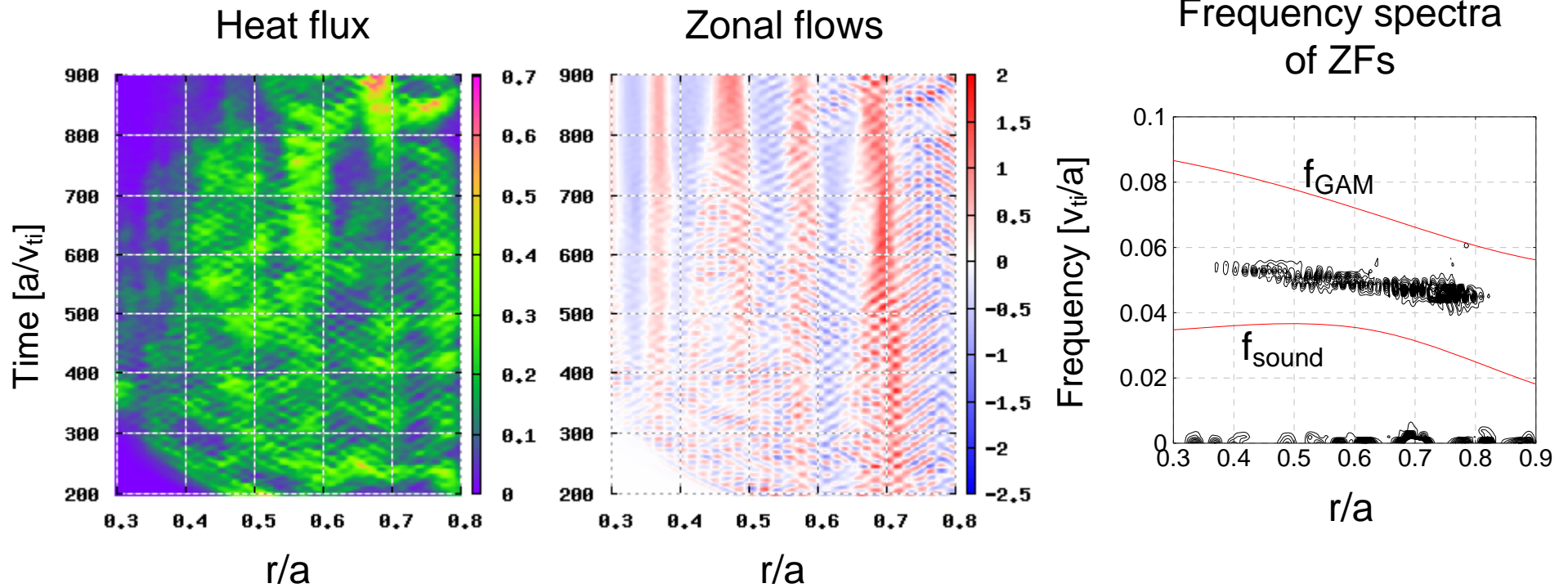
- 非共鳴モードを含む場合に比べ、最小q面付近での熱輸送の減少が大きい。qが高いときでも、q最小面近傍で熱輸送の減少が見られる。

# (2,0), (3,0)等の影響



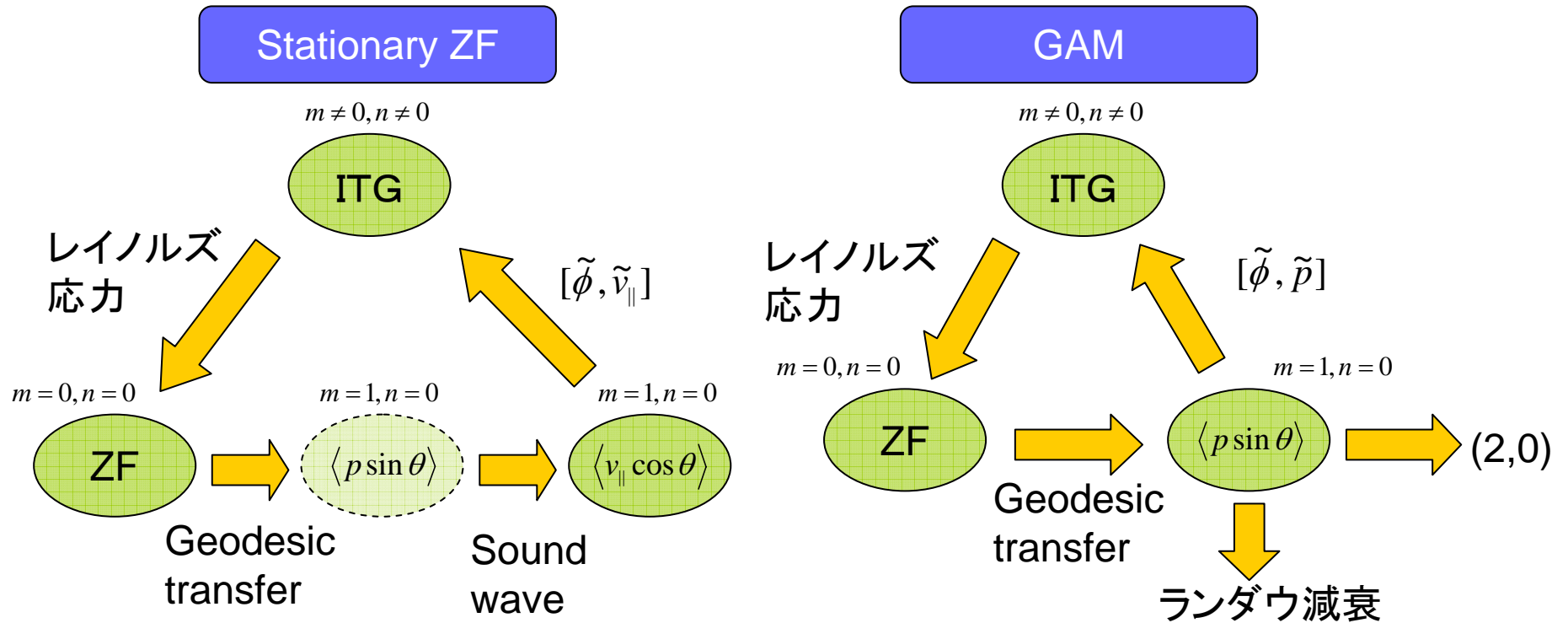
- n=0モードとして、(2,0), (3,0), ..., (9,0)まで含んだとき、GAMが支配的なところでは、熱輸送が2倍ぐらいになる。一方、GAMが支配的でないところでは、熱輸送はそれほど変わらない。これは、GAMは(2,0)などが含まれると、エネルギーがそちらへ流れ、GAMが弱まるからである。(GAMにも乱流を抑制する効果はある。)

$$q_0=2, \rho_*=0.005$$



- GAMs are still dominant, but stationary ZFs grow slowly in an inner side.

# 帯状流まわりのエネルギーの流れ



静的帯状流の場合、帯状流のエネルギーは(1,0)の圧力揺動は単なる通り道で平行流へ行く。

GAMは帯状流と(1,0)圧力揺動の間の振動で、(1,0)の圧力揺動は高次の(2,0)モードと結合してエネルギーが流れる。