擬似 Radial Basis Function を用いたトカマクプラズマ電流密度分布逆解析の検討

高橋　翼，板垣　正文[1]，松本　裕[1]

北海道大学工学部，[1]北海道大学大学院工学研究科

はじめに　トカマクプラズマ電流密度分布の逆解析手法として，トカマクにおける MHD 平衡を記述する Grad-Shafranov 方程式の電流密度項を多項式で近似し境界要素法を用いる方法がある[1]．多項式近似ではParabolic型電流密度分布については良好な結果が得られたが，Hollow 型，Peaked 型，Broad 型では改良の余地が残されていた．本研究では電流密度の新たな近似関数として提案されている擬似 Radial Basis Function (RBF)[2]を逆解析に適用し，その有効性を検討した．

解析手法　軸対称 $r-z$ 系において，Grad-Shafranov 方程式に含まれる電流密度のトロイダル成分 j_ϕ を未知の重み係数 w_k と基底関数 f_k を用いて

$$\mu_0 r j_\phi = \sum_k w_k f_k(r,z) \tag{1}$$

と近似する．ここで μ_0 は真空の透磁率である．本研究で基底関数として用いた擬似 RBF は，

$$f_k(r,z) = \frac{2}{\sigma_k^2}\left(1+\frac{r_k}{r}-2\frac{d_k^2}{\sigma_k^2}\right)\exp\left(-\frac{d_k^2}{\sigma_k^2}\right) \tag{2}$$

と定義される．ここで $d_k^2=(r-r_k)^2+(z-z_k)^2$ であり，(r_k, z_k) を f_k の中心という．σ_k は定数である．今回の解析では，プラズマ領域内部と周辺部に分布させた点を中心とする擬似 RBF を基底関数とした．

Grad-Shafranov 方程式は式(1)の近似を用いることにより境界積分方程式に変換され，さらに離散化により重み係数 w_k についての連立 1 次方程式に帰着する．しかし物理的に意味のある解を得るためには他の拘束条件を加えなければならない．

本研究で考慮した拘束条件の一つはプラズマ平衡条件から導かれる次のスカラー関係式

$$\frac{r^3}{B_r}\left\{B_r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{j_\phi}{r}\right)+B_z\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{j_\phi}{r}\right)\right\} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{d}{d\psi}(rB_\phi)^2 \tag{3}$$

による．ここで B_r, B_z はそれぞれ磁場の r 成分，z 成分であり，ψ は磁束である．式(3)は j_ϕ の近似式(1)を適用することにより

$$\sum_k w_k\left(-2f_k + r\frac{\partial f_k}{\partial r} + r\frac{B_z}{B_r}\frac{\partial f_k}{\partial z}\right) = -\frac{d}{d\psi}(rB_\phi)^2 \tag{4}$$

となる．式(4)の左辺は右辺の形から磁気面関数であることが分かるので磁気面 $\psi=\mathrm{const}$ に沿って微分するとゼロである．すなわち，$\psi=\mathrm{const}$ に沿う単位接線方向ベクトルを $\boldsymbol{t}$ とすれば，

$$\sum_k w_k \boldsymbol{t}\cdot\mathrm{grad}\left(-2f_k + r\frac{\partial f_k}{\partial r} + r\frac{B_z}{B_r}\frac{\partial f_k}{\partial z}\right) = 0 \tag{5}$$

が成り立ち，w_k についての新たな拘束条件を得る．

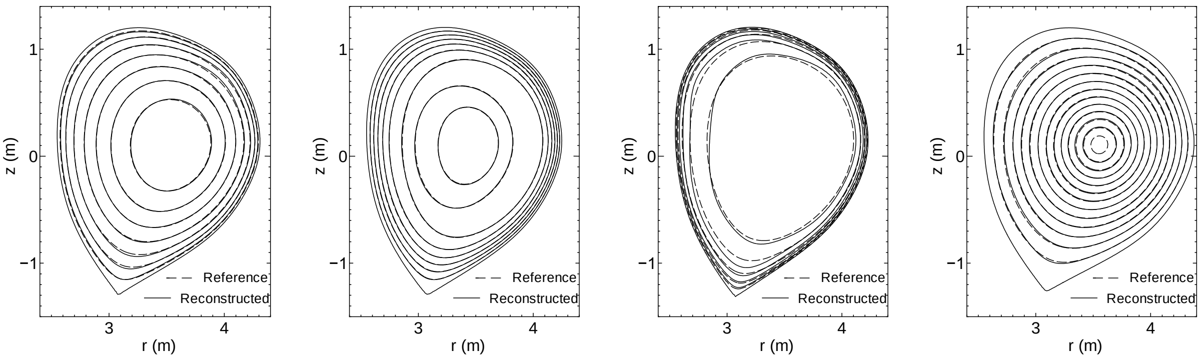
以上のように Grad-Shafranov 方程式と他の拘束条件から構成した連立 1 次方程式を解いて w_k を決定すれば，近似式(1)から任意の位置で j_ϕ が求められる．

結果とまとめ　本解析は JT-60 を対象としている．図 1(a)から(d)はそれぞれ Parabolic 型，Hollow 型，Broad 型，Peaked 型のポロイダル断面での j_ϕ の等高線を示している．実線が逆解析結果であり，破線は JT-60 の計算コード SELENE による参照解である．4 通りの電流密度分布とも概ね良好な精度で再現されたが，Broad 型と Peaked 型ではまだ誤差の大きい部分がある．精度のさらなる向上のためには解析条件の最適化や効果的な拘束条件の追加が必要である．

参考文献

[1] M. Itagaki et al., *Nucl. Fusion*, **45**, 153 (2005).

[2] M. Itagaki et al., *Eng. Anal. Bound. Elem.*, **33**, 1258 (2009).



(a) Parabolic 型　(b) Hollow 型　(c) Broad 型　(d) Peaked 型

図 1 ポロイダル断面での j_ϕ の等高線