

システムコードのための ブートストラップ電流割合の 簡易スケーリング式

第16回若手科学者によるプラズマ研究会

平成25年3月4-6日

於 日本原子力研究開発機構 那珂核融合研究所

¹魏 啓為, ¹小野 靖, ²相羽 信行, ²中村 誠, ²飛田 健次

¹東大新領域, ²原子力機構

発表内容

- 研究背景
- ブートストラップ電流 (Hirshman-Sigmarモデル)
- 簡易スケーリング式の導出
- まとめ

発表内容

➤ 研究背景

- ✓ システムコードにおける f_{BS} 式
- ✓ 既存 f_{BS} モデルの検証

➤ ブートストラップ電流 (Hirshman-Sigmarモデル)

➤ 簡易スケーリング式の導出

➤ まとめ

研究背景: 不十分な既存のシステムコード用 f_{BS} モデル

- 炉設計において運転点を決めるとき、システムコードを用いたパラメータスキャンをまず最初に行う。
- ブートストラップ(BS)電流は f_{BS} ($= I_{BS}/I_p$) という形でスケールリング式から与えられ、パラメータセットの算出ループの始めに計算。
- f_{BS} が正しく評価されないと、正確なパラメータセットが算出できず、最適運転点の決定が不可能。

TPCコード

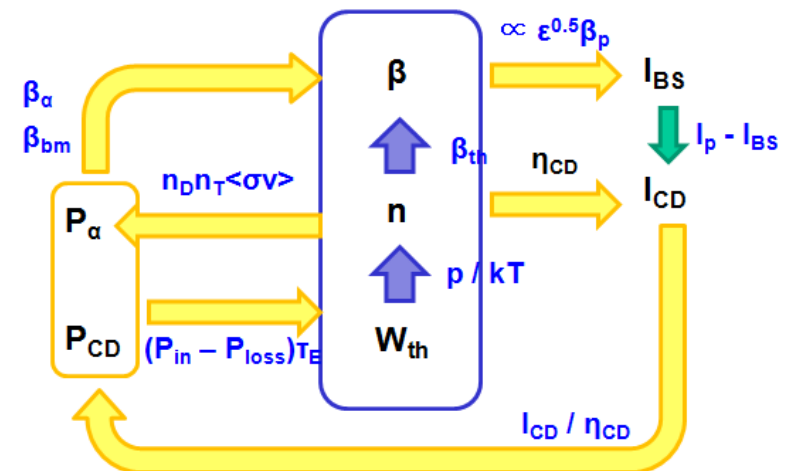
(Tokamak Plasma Power Balance Calculation)

Plasma power balance

Plasma current balance

$$W_{th} / T_E = P_\alpha + P_{CD} + P_{OH} - (P_{Brem} + P_{Sys} + P_{Lin})$$

$$I_p = I_{BS} + I_{CD} + I_{OH}$$



M. Nakamura *et al.*, Fusion Eng. Des. 87 (2012).

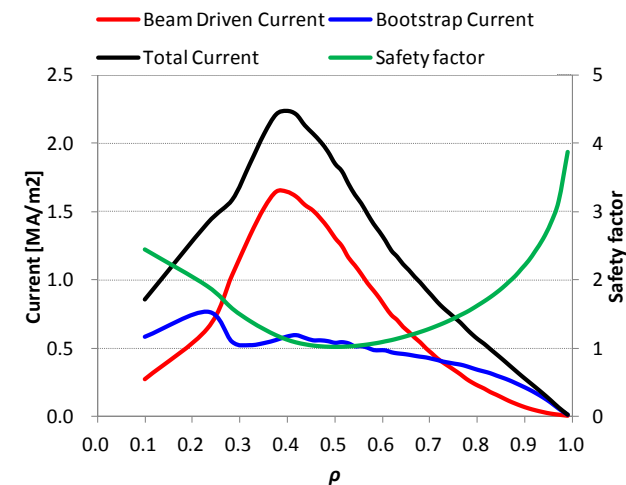
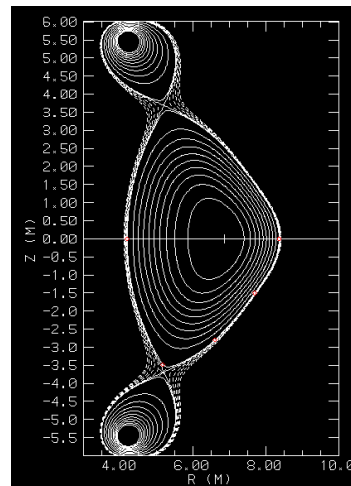
研究背景: 不十分な既存のシステムコード用 f_{BS} モデル

- システムコードによる設計 (0-D) と ACCOMEコード (Analyzer for Current Drive Consistent with MHD Equilibrium) によるプラズマ物理設計 (2-D自由境界MHD平衡+1-D電流分布) を比較.
- 以下のような, ITER-like RSTカマクを設定.

Major input parameters to TPC

Major radius	R_p (m)	6.28
Small radius	a_p (m)	2.09
Elongation at the 95% flux surface	κ_x	1.55
Triangularity at the 95% flux surface	δ_x	0.33
Electron temperature (volume-averaged)	T_e (keV)	22.91
Temperature profile index	α_t	1.5
Density profile index	α_n	0.7
Total plasma current	I_p (MA)	18.49
Diameter of central solenoid	R_{CS} (m)	2.0
Toroidal field at axis	B_t (T)	6.58
Z-effective	Z_{eff}	1.73

Reversed-shear DN tokamak calculated by ACCOME



研究背景: 不十分な既存のシステムコード用 f_{BS} モデル

➤ 既存の f_{BS} モデルは, 先進プラズマには対応していない可能性あり.

		ACCOMME	TPC			
			IPDB	NEVINS	ARIES-SC	ANDORADE
Bootstrap current	I_{BS} (MA)	8.60	12.78	20.45	15.10	7.51
Beam driven current	I_{NBI} (MA)	9.89	5.71	-1.96	3.39	10.98
Bootstrap current fraction	f_{BS} (%)	46.5	69.1	110.6	81.7	40.6
Normalized total beta value	$\beta_{N,tot}$			4.14		
Total toroidal beta value	$\beta_{t,tot}$ (%)	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56
Poloidal beta value	β_p	1.09	1.19	1.19	1.19	1.19
Safety factor at axis	q_0			2.76		
Safety factor at the 95% flux surface	q_{95}	2.97			2.37	
Fusion power	P_{fus} (MW)	2699	2498	2773	2579	2317
Energy Gain	Q	19.5	34.1	∞	58.5	17.1
Current drive power	P_{CD} (MW)	138.5	73.2	-26.5	44.1	135.9
Beam Energy	E_{beam} (keV)			1500		
Beam injection point	R_{tang} (m)			7.6		
Current drive efficiency	η_{NBI} (A/W)	0.071	0.078	0.074	0.077	0.081
Greenwald density fraction	n/n_{GW}	0.96	1.02	1.07	1.04	0.98
HH factor	HH_{y2}	1.18	1.34	1.43	1.36	1.28
Plasma inductance	L_i			0.642		

IPDB	
Formula	$f_{BS} = C_{bs}(\epsilon^{0.5}\beta_{pol})^{1.3}$ $C_{bs} = 1.32 - 0.235(q_{95}/q_0) + 0.0185(q_{95}/q_0)^2$
Reference	N.A. Uckan et al., IAEA/DS/10 (1989).
NEVINS	
Formula	$f_{BS} = (2.5\beta_{e0}R_p B_t q_{95})/I_p * F(\epsilon, Z_{eff}, q_0, q_{95}, \alpha_n, \alpha_t)$
Reference	W.M. Nevins, IAEA-TN-PH-8-4 (1988).
ARIES-SC	
Formula	$f_{BS} = C_{bs}\epsilon^{0.5}\beta_{pol}$ $C_{bs} = a_1 + b_1 n(0)/\langle n \rangle$ $a_1 = 1.10 - 1.165I_i + 0.47I_i^2$ $b_1 = 0.806 - 0.885I_i + 0.297I_i^2$
Reference	Z. Dragojilivic et al., Fusion Eng. Des. 85 (2010).
ANDORADE	
Formula	$f_{BS} = C_{bs}\epsilon^{0.5}\beta_{pol}c_p^{0.80}$ $C_{bs} = 0.2340 \pm 0.0007$ $c_p = p(0)V(a)/\int pdV$
Reference	M.C.R. Andorade et al., Plasma Phys. Control. Fusion 50 (2008).

発表内容

- 研究背景
- **ブートストラップ電流 (Hirshman-Sigmarモデル)**
- 簡易スケーリング式の導出
- まとめ

ブートストラップ電流とは？

- **ブートストラップ電流(自発電流)**は, 電子圧力テンソルの異方性により誘起され, 低衝突領域での新古典効果に因る.
- 核融合炉の定常状態では, **プラズマ電流に占めるブートストラップ電流の割合 (f_{BS}) が大きい方が外部からの電流駆動が小さくてすむため望ましい.**
- ブートストラップ電流を記述するモデルはいくつか存在するが, **Hirshman-Sigmarモデル**は行列形式の流速・熱束のバランス式を用いることで,
 1. 任意のアスペクト比
 2. 複数イオン
 3. 全ての衝突領域に対応可能である.

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

ブートストラップ電流: 新古典輸送理論

• 運動量と熱流束に対するモーメント方程式

$$m_a n_a \frac{d\mathbf{u}_a}{dt} = e_a n_a (\mathbf{E} + \mathbf{u}_a \times \mathbf{B}) - \nabla P_a - \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_a + \mathbf{F}_{a1}$$
$$m_a \frac{\partial \mathbf{q}_a}{\partial t} = \frac{e_a}{T_a} \mathbf{q}_a \times \mathbf{B} - \frac{5}{2} n_a \nabla T_a - \nabla \cdot \mathbf{\Theta}_a + \mathbf{F}_{a2}$$

n_a : 数密度, \mathbf{u}_a : 流速, \mathbf{q}_a : 伝導熱流束,
 P_a : 平均プラズマ圧力, T_a : 平均プラズマ温度,
 $\mathbf{\Pi}_a$: 粘性テンソル, $\mathbf{\Theta}_a$: 熱粘性テンソル,
 \mathbf{F}_{a1} : 摩擦力, \mathbf{F}_{a2} : 熱摩擦力

• 磁場方向の運動量と熱流束に関する磁気面平均バランス方程式 (BS電流のみを考えるので, OH駆動に当たる電場は無視)

$$\langle \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_a \rangle = \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_{a1} \rangle$$

$$\langle \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Theta}_a \rangle = \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_{a2} \rangle$$

• 上の式の両辺をそれぞれ別の表式から表すことで, 行列式が求まる.

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

M. Kikuchi and M. Azumi, Plasma Phys. Control. Fusion 37 (1995).

ブートストラップ電流: Hirshman-Sigmarモデル

• 粘性テンソルと熱粘性テンソル

$$\langle \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_a \rangle = 3 \langle (\mathbf{n} \cdot \nabla B)^2 \rangle \left(\mu_{a1} u_{a\theta} + \mu_{a2} \frac{2q_{a\theta}}{5P_a} \right)$$

$$\langle \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Theta}_a \rangle = 3 \langle (\mathbf{n} \cdot \nabla B)^2 \rangle \left(\mu_{a2} u_{a\theta} + \mu_{a3} \frac{2q_{a\theta}}{5P_a} \right)$$

$u_{a\theta}$: ポロイダル流速, $q_{a\theta}$: ポロイダル熱流束,
 $\mu_{a1}, \mu_{a2}, \mu_{a3}$: 磁場方向粘性係数,
 \mathbf{n} : 磁場方向の単位ベクトル

ポロイダル流速は, 磁場方向流速と反磁性ドリフト流速のポロイダル成分の和.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{a\parallel} &= \mathbf{V}_{a1} + \mathbf{u}_{a\theta} \mathbf{B} \\ \frac{2\mathbf{q}_{a\parallel}}{5P_a} &= \mathbf{V}_{a2} + \frac{2q_{a\theta}}{5P_a} \mathbf{B} \end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_{a1} = -\frac{RB_\phi T_a}{Z_a \mathbf{B}} \left(\frac{1}{P_a} \frac{dP_a}{d\psi} + \frac{Z_a}{T_a} \frac{d\Phi}{d\psi} \right)$$

$$\mathbf{V}_{a2} = -\frac{RB_\phi T_a}{Z_a \mathbf{B}} \left(\frac{1}{T_a} \frac{dT_a}{d\psi} \right)$$

Z_a : 電荷, B_ϕ : トロイダル磁場,
 Φ : 電位, ψ : ポロイダル磁束

合わせると,

$$\begin{bmatrix} \langle \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Pi}_a \rangle \\ \langle \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Theta}_a \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mu}_{a1} & \bar{\mu}_{a2} \\ \bar{\mu}_{a2} & \bar{\mu}_{a3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{B} \mathbf{u}_{a\parallel} \rangle - BV_{a1} \\ \left(\frac{2}{5P_a} \right) \langle \mathbf{B} \mathbf{q}_{a\parallel} \rangle - BV_{a2} \end{bmatrix}$$

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

M. Kikuchi and M. Azumi, Plasma Phys. Control. Fusion 37 (1995).

ブートストラップ電流: Hirshman-Sigmarモデル

• 摩擦力と熱摩擦力

$$\mathbf{F}_{a1} = \sum_b \left(l_{11}^{ab} \mathbf{u}_{b\parallel} - l_{12}^{ab} \frac{2\mathbf{q}_{b\parallel}}{5P_b} \right)$$

$$\mathbf{F}_{a2} = \sum_b \left(-l_{21}^{ab} \mathbf{u}_{b\parallel} + l_{22}^{ab} \frac{2\mathbf{q}_{b\parallel}}{5P_b} \right)$$

b: 全ての粒子種, l_{ij} : 摩擦係数

よって,

$$\begin{bmatrix} \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_{a1} \rangle \\ \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{F}_{a2} \rangle \end{bmatrix} = \sum_b \begin{bmatrix} l_{11}^{ab} & -l_{12}^{ab} \\ -l_{21}^{ab} & l_{22}^{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \mathbf{B} \mathbf{u}_{b\parallel} \rangle \\ \left(\frac{2}{5P_b} \right) \langle \mathbf{B} \mathbf{q}_{b\parallel} \rangle \end{bmatrix}$$

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

M. Kikuchi and M. Azumi, Plasma Phys. Control. Fusion 37 (1995).

ブートストラップ電流: Hirshman-Sigmarモデル

• 粘性係数

Maxwellian

$$\bar{\mu}_{a1} = \frac{f_t n_a m_a}{f_c \tau_{aa}} \{U_a^{\text{tot}} \tau_{aa}\}$$

$$\bar{\mu}_{a2} = \frac{f_t n_a m_a}{f_c \tau_{aa}} \left(\{x_a^2 U_a^{\text{tot}} \tau_{aa}\} - \frac{5}{2} \{U_a^{\text{tot}} \tau_{aa}\} \right)$$

$$\bar{\mu}_{a3} = \frac{f_t n_a m_a}{f_c \tau_{aa}} \left(\{x_a^4 U_a^{\text{tot}} \tau_{aa}\} - 5 \{x_a^2 U_a^{\text{tot}} \tau_{aa}\} + \frac{25}{4} \{U_a^{\text{tot}} \tau_{aa}\} \right)$$

$$f_c = \frac{3}{4} \langle B^2 \rangle \frac{\int_0^{B_{\text{max}}} \lambda d\lambda}{\langle \sqrt{1 - \lambda B} \rangle} \quad f_t = 1 - f_c$$

$$\{A\} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dx_a e^{-x_a^2} x_a^4 A(x_a v_{Ta}) \quad x_a = \frac{v}{v_{Ta}} \quad v_{Ta} = \sqrt{\frac{2T_a}{m_a}}$$

Fast ion

$$\mu_{f1} = \frac{f_t n_e m_e}{f_c \tau_{ee}} \frac{Z_f^2 n_f \hat{Z} v_c^3}{n_e \hat{v}_c^3}$$

$$\hat{Z} = \frac{Z_i^2 n_i}{\sum_i Z_i^2 n_i m_f / m_i}$$

$$\hat{v}_c^3 = \frac{\tau_s n_f m_f}{3\tau_{th} 2p_f} \int_0^{v_h} \frac{v dv}{v^3 + v_c^3}$$

$$p_f = \int dv \left(\frac{m_f v^2}{3} f_f(v) \right)$$

$$U_a^{\text{tot}} \tau_{aa} = \frac{U_D^a(v) \tau_{aa}}{(1 + \bar{u}_a^* U_D^a(v) \tau_{aa} / x_a) (1 + (5\pi/8) U_T^a(v) / (x_a \omega_{Ta}))}$$

$$\bar{u}_a^* = \frac{8}{3\pi} \frac{f_t \omega_{Ta} \langle B^2 \rangle}{U_{Ta}^2 \langle (\mathbf{n} \cdot \nabla B)^2 \rangle \tau_{aa}} \quad \omega_{Ta} = v_{Ta} / L_c$$

$$L_c = \frac{\langle B^2 \rangle^2 \sum_k (2/k) [\langle I \sin k\theta (\mathbf{n} \cdot \nabla \ln B) \rangle \langle I \sin k\theta (\mathbf{n} \cdot \nabla \ln B) / B \rangle]}{\langle I^2 \rangle \langle (\mathbf{n} \cdot \nabla B)^2 \rangle \langle (\mathbf{B} \cdot \nabla \theta) \rangle} \sim Rq$$

$$U_D^a(v) \tau_{aa} = \sum_b \frac{3\sqrt{\pi} n_b Z_b^2}{4 n_a Z_a^2} \frac{\Phi(x_b) - G(x_b)}{x_a^3}$$

$$U_T^a(v) = 3U_D^a(v) + U_e^a(v) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \sum_b \frac{1}{\tau_{ab}} \left[\frac{\Phi(x_b) - 3G(x_b)}{x_a^3} + 4 \left(\frac{T_a}{T_b} + x_{ab}^{-2} \right) \frac{G(x_b)}{x_a} \right]$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad G(x) = \frac{\Phi(x) - x(d\Phi/dx)}{2x^2}$$

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

M. Kikuchi and M. Azumi, Plasma Phys. Control. Fusion 37 (1995).

ブートストラップ電流: Hirshman-Sigmarモデル

・摩擦係数

Maxwellian

$$I_{ij}^{ab}(\text{th}) = \left(\sum_k \frac{n_a m_a}{\tau_{ak}} M_{ak}^{i-1, j-1} \right) \delta_{ab} + \frac{n_a m_a}{\tau_{ab}} N_{ab}^{i-1, j-1} \quad I_{ij}^{ab}(\text{th}) = I_{ji}^{ba}(\text{th})$$

$$M_{ab}^{00} = - \left(1 + \frac{m_a}{m_b} \right) (1 + x_{ab}^2)^{-3/2} \quad M_{ab}^{01} = - \frac{3}{2} \left(1 + \frac{m_a}{m_b} \right) (1 + x_{ab}^2)^{-5/2} \quad M_{ab}^{11} = - \left(\frac{13}{4} + 4x_{ab}^2 + \frac{15}{2} x_{ab}^4 \right) (1 + x_{ab}^2)^{-5/2}$$

$$N_{ab}^{11} = \frac{13}{4} \frac{T_a}{T_b} x_{ab}^2 (1 + x_{ab}^2)^{-5/2} \quad M_{ab}^{02} = - \frac{15}{8} \left(1 + \frac{m_a}{m_b} \right) (1 + x_{ab}^2)^{-7/2} \quad M_{ab}^{12} = - \left(\frac{69}{16} + 6x_{ab}^2 + \frac{63}{4} x_{ab}^4 \right) (1 + x_{ab}^2)^{-7/2}$$

$$N_{ab}^{12} = \frac{225}{16} \frac{T_a}{T_b} x_{ab}^4 (1 + x_{ab}^2)^{-7/2} \quad M_{ab}^{ij} = M_{ab}^{ji} \quad N_{ab}^{ij} = \frac{T_a v_{Ta}}{T_b v_{Tb}} N_{ab}^{ji} \quad N_{ab}^{j0} = -M_{ab}^{j0} \quad x_{ab} = v_{Tb}/v_{Ta} \quad \tau_{ab} = \frac{3m_a^2 v_{Ta}^3}{16\sqrt{\pi} n_b e_a^2 e_b^2 \ln \Lambda}$$

Fast ion

$$I_{11}^{fe} = I_{11}^{ef} = \frac{n_e m_e}{\tau_{ee}} \frac{Z_f^2 n_f}{n_e} \quad I_{11}^{fk} = I_{11}^{kf} = \frac{3\sqrt{\pi} n_k m_k}{4 \tau_{kk}} \frac{Z_f^2 n_f}{Z_k^2 n_k} \left(1 + \frac{m_k}{m_f} \right) \frac{\tau_s}{3\tau_{th}} \frac{v_{Tk}^3}{v_c^3} \quad (k = i, I)$$

$$I_{11}^{ff} = - (I_{11}^{fe} + I_{11}^{fi} + I_{11}^{fI}) \quad I_{21}^{ef} = - \frac{3}{2} I_{11}^{ef}$$

合わせると,

$$I_{11}^{kk} = I_{11}^{kk}(\text{th}) - I_{11}^{kf} \quad (k = e, i, I) \quad I_{21}^{ee} = I_{21}^{ee}(\text{th}) - I_{21}^{ef}$$

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

M. Kikuchi and M. Azumi, Plasma Phys. Control. Fusion 37 (1995).

ブートストラップ電流: Hirshman-Sigmarモデル

• バランス式を書きなおすと,

$$\mathbf{M}(\mathbf{U}_{\parallel} - \mathbf{V}) = \mathbf{L}\mathbf{U}_{\parallel}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mu_{e1} & 0 & 0 & \mu_{e2} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{i1} & 0 & 0 & \mu_{i2} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{i1} & 0 & 0 & \mu_{i2} \\ \mu_{e2} & 0 & 0 & \mu_{e3} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{i2} & 0 & 0 & \mu_{i3} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{i2} & 0 & 0 & \mu_{i3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{11}^{ee} & l_{11}^{ei} & l_{11}^{el} & -l_{12}^{ee} & -l_{12}^{ei} & -l_{12}^{el} \\ l_{11}^{ie} & l_{11}^{ii} & l_{11}^{il} & -l_{12}^{ie} & -l_{12}^{ii} & -l_{12}^{il} \\ l_{11}^{le} & l_{11}^{li} & l_{11}^{ll} & -l_{12}^{le} & -l_{12}^{li} & -l_{12}^{ll} \\ -l_{21}^{ee} & -l_{21}^{ei} & -l_{21}^{el} & l_{22}^{ee} & l_{22}^{ei} & l_{22}^{el} \\ -l_{21}^{ie} & -l_{21}^{ii} & -l_{21}^{il} & l_{22}^{ie} & l_{22}^{ii} & l_{22}^{il} \\ -l_{21}^{le} & -l_{21}^{li} & -l_{21}^{ll} & l_{22}^{le} & l_{22}^{li} & l_{22}^{ll} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_{\parallel} = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{B}\mathbf{u}_{e\parallel} \rangle \\ \langle \mathbf{B}\mathbf{u}_{i\parallel} \rangle \\ \langle \mathbf{B}\mathbf{u}_{l\parallel} \rangle \\ \left(\frac{2}{5P_e}\right)\langle \mathbf{B}\mathbf{q}_{e\parallel} \rangle \\ \left(\frac{2}{5P_i}\right)\langle \mathbf{B}\mathbf{q}_{i\parallel} \rangle \\ \left(\frac{2}{5P_l}\right)\langle \mathbf{B}\mathbf{q}_{l\parallel} \rangle \end{bmatrix}$$

e: 電子, i: イオン, l: 不純物

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} BV_{e1} \\ BV_{i1} \\ BV_{e2} \\ BV_{i2} \\ BV_{l2} \end{bmatrix}$$

\mathbf{U}_{\parallel} について解くと,

$$\mathbf{U}_{\parallel} = (\mathbf{M} - \mathbf{L})^{-1}\mathbf{M}\mathbf{V}$$

$$U_{a\parallel} = \sum_b (\alpha_{ab} V_{b\perp})$$

プラズマ電流はそれぞれの粒子種の電流の和なので, ブートストラップ電流以下になる.

$$\langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{J}_{BS} \rangle = \sum_{a=e,i,l} e_a n_a \langle \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_a \rangle = \sum_{a=e,i,l} e_a n_a \left\{ \sum_{b=1}^6 [(\mathbf{M} - \mathbf{L})^{-1}\mathbf{M}]_{ab} V_{b\perp} \right\} = -F(\psi)n_e(\psi) \sum_{a=e,i,l} \frac{1}{|Z_a|} \left[L_{31}^a \frac{1}{n_a(\psi)} \frac{dP_a(\psi)}{d\psi} + L_{32}^a \frac{dT_a(\psi)}{d\psi} \right]$$

C.E. Kessel, Nuclear Fusion 34 (1994).

M. Kikuchi and M. Azumi, Plasma Phys. Control. Fusion 37 (1995).

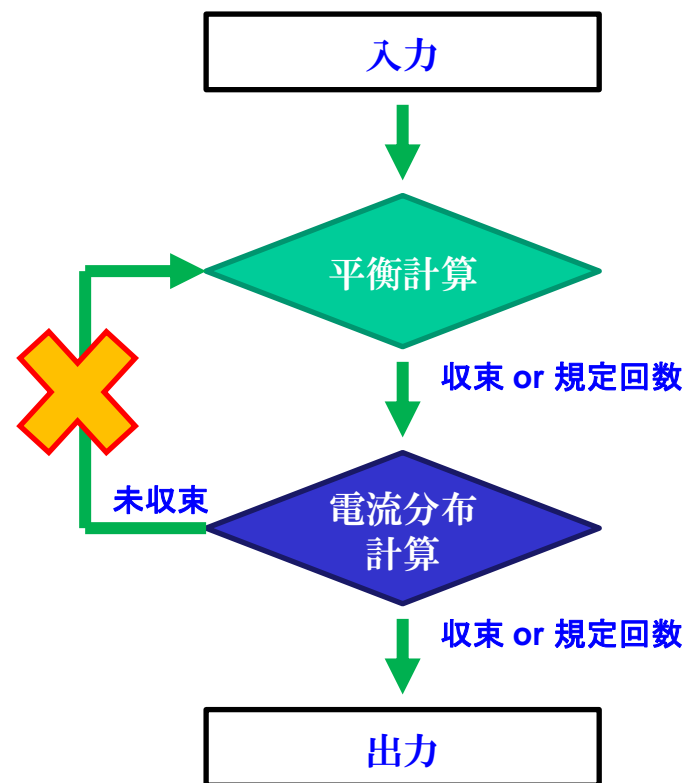
発表内容

- 研究背景
- ブートストラップ電流 (Hirshman-Sigmarモデル)
- 簡易スケーリング式の導出
 - ✓ 数値実験の方法
 - ✓ スキャン範囲の設定
 - ✓ 実験結果
 - ✓ フィッティング
- まとめ

f_{BS} 導出: ACCOMEのBS電流計算モジュールを利用

- **ほぼ唯一の先行研究 (Wilson, NF1992)** では約3000個の平衡を作り f_{BS} 式を導出しているが、電流分布係数 α_j をモデルに使用。
 - × TPCでは用いることができない。
 - × 平衡構成には時間がかかる。
- ACCOMEで、 j_{BS} のHirshman-SigmarモデルをMatrix Inversionを用いて求める部分のみを実行し、大量のパラメータスキャンを行う。
 - ○これにより、大幅な時間短縮が可能。
 - × 平衡状態ではないので、平衡に関わるパラメータは f_{BS} 式に使えない。

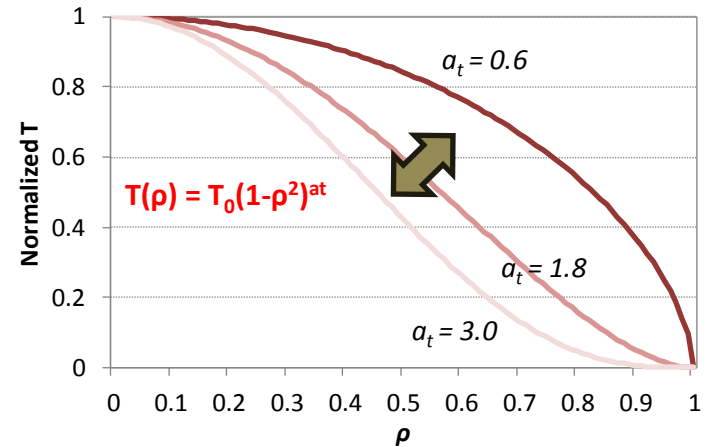
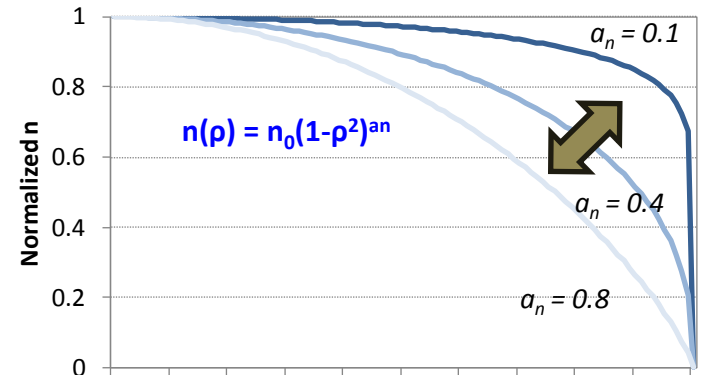
ACCOMEフローチャート



f_{BS} 導出: スキャン範囲の設定

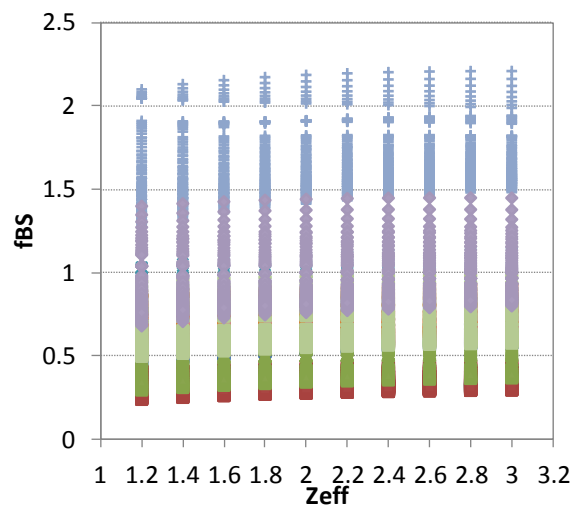
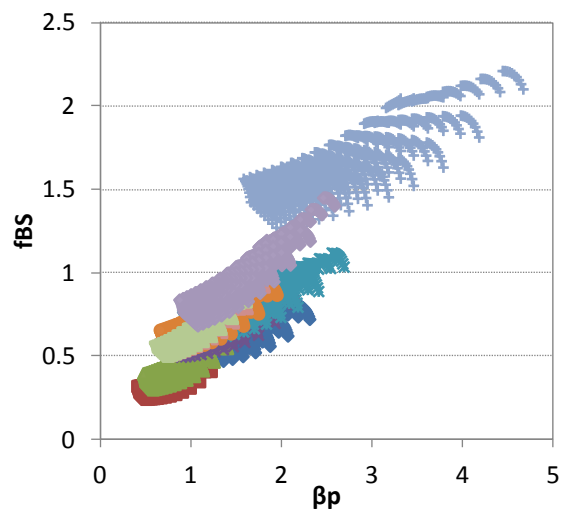
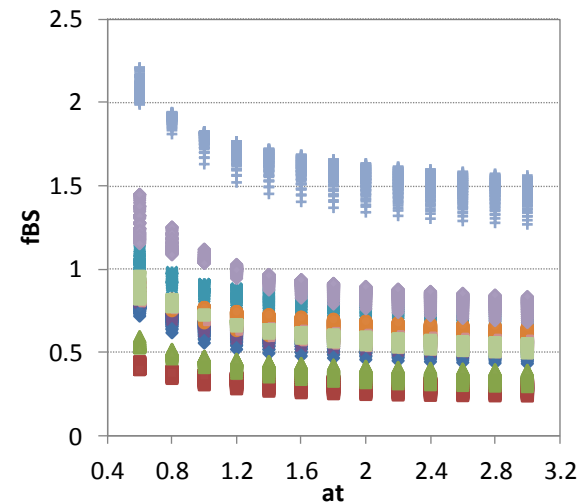
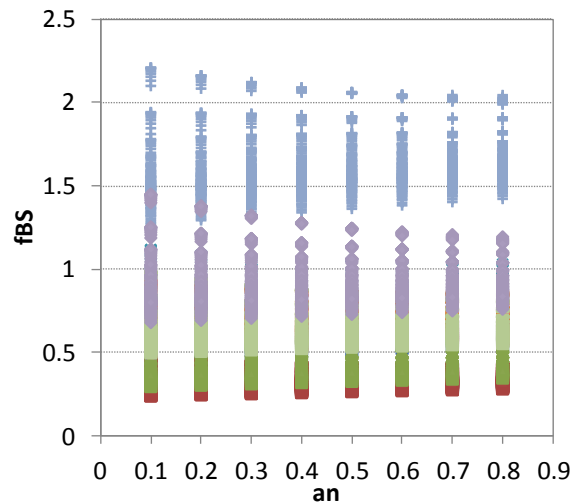
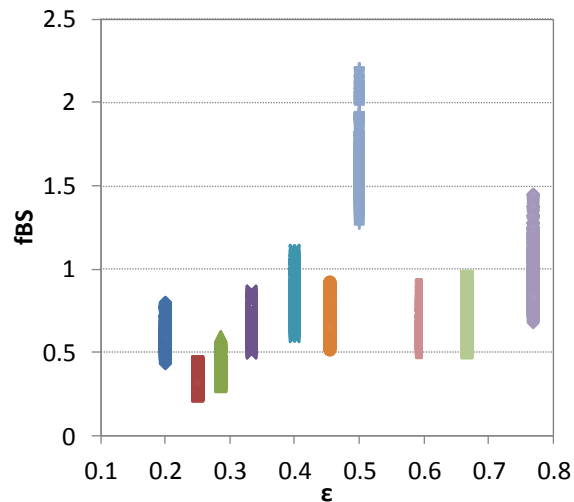
➤ 温度と密度分布はTPCに合わせてパラボラとし, 約10000点のスキャンを実施.

パラメータ	範囲	点数
大半径	R_p [m]	5.0
アスペクト比	A	1.3, 1.5, 1.7, 2.0, 2.2, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 5.0
楕円度	κ	~ 2
三角度	δ	~ 0.3
密度係数	a_n	0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 8
温度係数	a_t	0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 3.0
有効電荷	Z_{eff}	1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.2, 2.4, 2.6, 2.8, 3.0



アスペクト比	A	1.3	1.5	1.7	2.0	2.2	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0
電子密度(軸上)	n_{e0} [m^{-3}]	10×10^{19}	10×10^{19}	15×10^{19}	20×10^{19}	15×10^{19}	20×10^{19}	20×10^{19}	20×10^{19}	20×10^{19}	10×10^{19}
電子温度(軸上)	T_{e0} [keV]	40	20	30	20	30	40	20	40	20	30
プラズマ電流	I_p [MA]	20	15	20	10	15	15	10	15	10	5
トロイダル磁場(軸上)	B_t [T]	3.0	2.0	3.0	2.0	4.0	2.0	2.0	6.0	2.0	5.0
ポロイダルベータ	β_p	0.9 ~ 2.6	0.6 ~ 1.8	0.6 ~ 1.8	1.6 ~ 4.7	0.7 ~ 2.0	0.9 ~ 2.7	0.7 ~ 2.2	0.5 ~ 1.4	0.4 ~ 1.2	0.8 ~ 2.3

f_{BS} 導出: 数値実験の結果, 確かな変数依存性を確認



f_{BS} 導出: フィットティング方法

➤ f_{BS} は最も簡易は表式を用い, 係数 C_{BS} を最小二乗法から算出する.

$$f_{BS} = I_{BS}/I_p = C_{BS} \varepsilon^{0.5} \beta_p$$

J. Wesson, Tokamaks Fourth Edition (2012).

• フィットティング関数

$$C_{BS} = c_0 x_1^{c_1} x_2^{c_2} x_3^{c_3} x_4^{c_4} x_5^{c_5} x_6^{c_6} x_7^{c_7} x_8^{c_8} x_9^{c_9} x_{10}^{c_{10}} x_{11}^{c_{11}} x_{12}^{c_{12}}$$

$$x_1 = \varepsilon, x_2 = a_p (= a_t + a_n), x_3 = a_t, x_4 = a_p a_t,$$

$$x_5 = \varepsilon^{0.5}, x_6 = \varepsilon^{0.5} a_p, x_7 = \varepsilon^{0.5} a_t, x_8 = \varepsilon^{0.5} a_p a_t$$

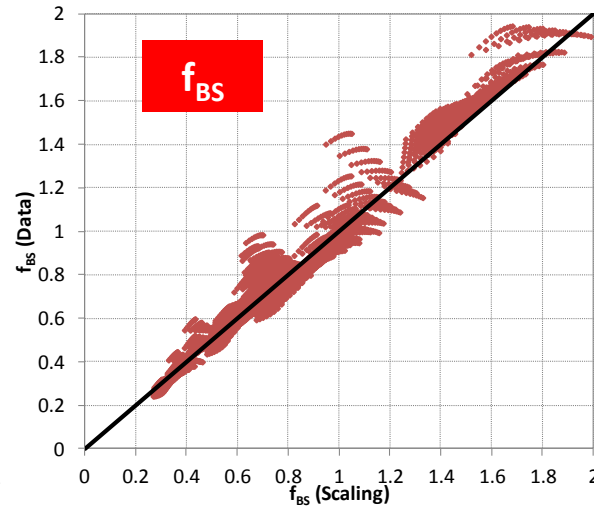
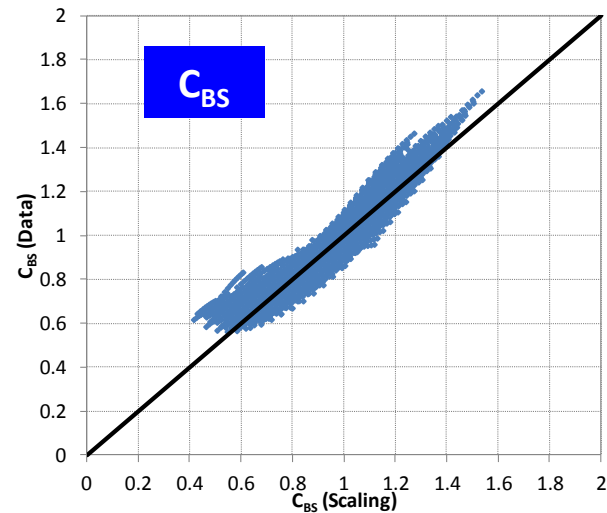
$$x_9 = \varepsilon a_p, x_{10} = \varepsilon a_t, x_{11} = \varepsilon a_p a_t, x_{12} = Z_{\text{eff}}$$

f_{BS} 導出: フィットティング結果

$$f_{BS} = I_{BS}/I_p = C_{BS}\epsilon^{0.5}\beta_p$$

C_{bs} の回帰統計	
重相関 R	0.9724
重決定 R2	0.9455
補正 R2	0.9454
標準誤差	0.0587
観測数	10400

フィッティング係数	
C_0	0.429
C_1	-0.272
C_2	0.444
C_3	-0.147
C_4	0.091
C_5	0.173
C_6	-0.026
C_7	0.015
C_8	-0.038
C_9	0.255
C_{10}	-0.382
C_{11}	0.108
C_{12}	0.165



$$\langle \text{重決定 R2} \rangle = \frac{\sum[\hat{y}_i - \bar{y}]^2}{\sum[y_i - \bar{y}]^2}$$

$$\langle \text{重相関 R} \rangle = \sqrt{\langle \text{重決定 R2} \rangle}$$

$$\langle \text{補正 R2} \rangle = 1 - (1 - \langle \text{重決定 R2} \rangle) \frac{n-1}{n-k}$$

$$\text{標準誤差} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{n-k}}$$

y_i : 非説明変数, \hat{y}_i : 当てはめ値,
 \bar{y} : 平均値, n : 標本数,
 k : 説明変数の数, e_i : 推定エラー

発表内容

- 研究背景
- ブートストラップ電流 (Hirshman-Sigmarモデル)
- 簡易スケーリング式の導出
- **まとめ**

まとめ

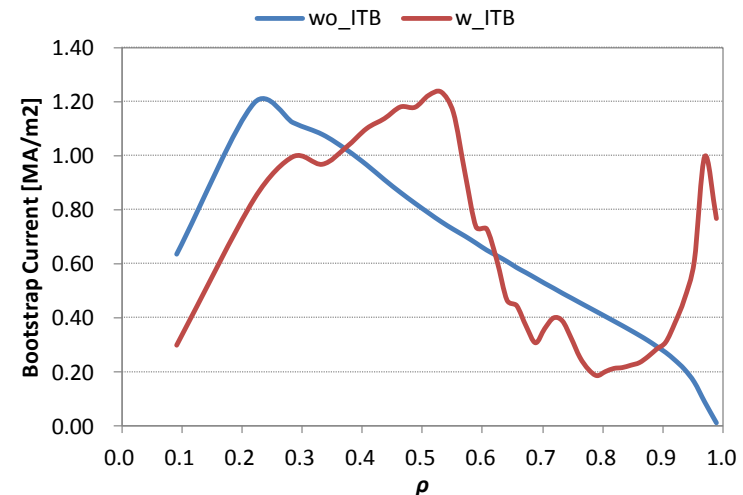
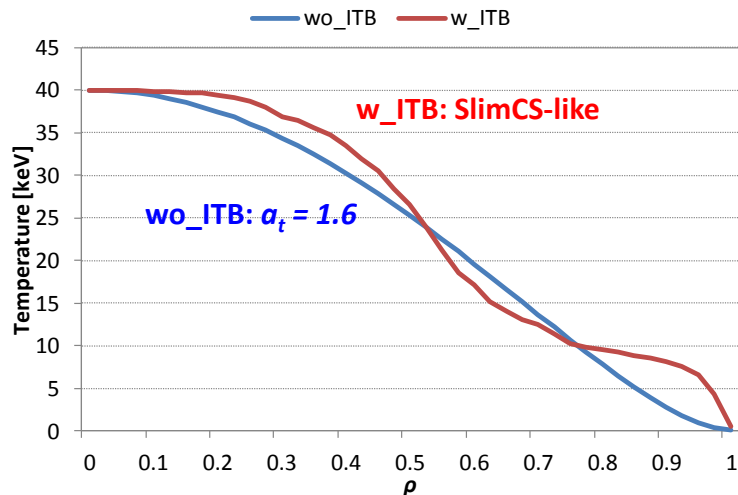
- システムコードで用いられてきた f_{BS} 式は先進的なプラズマに対応していない可能性があり, パラメータスキャンに不備があった.
- ブートストラップ電流 (Hirshman-Sigmarモデル) の計算モジュールをACCOMMEで実行することにより, シンプルなプロファイルに対する f_{BS} のデータベースを取得した.
- 最小二乗法からフィッティングを行い, 簡易な f_{BS} スケールリング式を導出した.

今後の課題

- **フィッティング**: 説明変数とフィッティング関数の設定は妥当か？
- **f_{BS} データ**: 平衡パラメータと関連付けた方が良いか？ (数値実験の方法は妥当か？)
- **温度・密度プロファイル**: 高閉じ込め (ITB付きプロファイル) はどう表現するか？

$$A = 2.5, Z_{eff} = 1.8, a_n = 0.4$$

	f_{BS}	I_p [MA]	I_{BS} [MA]	β_p
wo ITB	0.777	15.00	11.65	1.509
w ITB	0.879	15.00	13.18	1.610



先行研究: “H.R. Wilson, Bootstrap Current Scaling in Tokamak, Nucl. Fusion 32 (1992).”

- 数値実験により、約3000個の平衡を構成。
- BS電流の表式は、Hirshman (1988)を使用。
- 問題点は、①得られた式がシステムコードで使いにくい、②電流分布を係数 α_j で示している。

$$\frac{I_{boot}}{\epsilon^{1/2} \beta_p I_p} = \sum_{i=1}^{12} a_i(\alpha_j, Z) b_i$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= 1 & b_2 &= \alpha_p & b_3 &= \alpha_T & b_4 &= \alpha_p \alpha_T \\
 b_5 &= \epsilon^{1/2} & b_6 &= \alpha_p \epsilon^{1/2} & b_7 &= \alpha_T \epsilon^{1/2} & b_8 &= \alpha_p \alpha_T \epsilon^{1/2} \\
 b_9 &= \epsilon & b_{10} &= \alpha_p \epsilon & b_{11} &= \alpha_T \epsilon & b_{12} &= \alpha_p \alpha_T \epsilon \\
 a_1 &= 1.41(1 - 0.28\alpha_j^{1/2})(1 + 0.12Z^{-1}) \\
 a_2 &= 0.36(1 - 0.59\alpha_j^{1/2})(1 + 0.8Z^{-1}) \\
 a_3 &= -0.27(1 - 0.47\alpha_j^{1/2})(1 + 3Z^{-1}) \\
 a_4 &= 0.0053(1 + 5Z^{-1}) \\
 a_5 &= -0.93(1 - 0.34\alpha_j^{1/2})(1 + 0.15Z^{-1}) \\
 a_6 &= -0.26(1 - 0.57\alpha_j^{1/2})(1 - 0.27Z) \\
 a_7 &= 0.064(1 - 0.6\alpha_j + 0.15\alpha_j^2)(1 + 7.6Z^{-1}) \\
 a_8 &= -0.0011(1 + 9Z^{-1}) \\
 a_9 &= -0.33(1 - \alpha_j + 0.33\alpha_j^2) \\
 a_{10} &= -0.26(1 - 0.87\alpha_j^{1/2} - 0.16\alpha_j) \\
 a_{11} &= -0.14(1 - 1.14\alpha_j^{1/2} - 0.45\alpha_j^{1/2}) \\
 a_{12} &= -0.0069
 \end{aligned}$$

Parameter (units)	Range
Major radius R_0 (m)	5.31
Aspect ratio A	1.1-5
Toroidal field on axis (T)	~6.2
Triangularity δ	0.2
Elongation κ	2.0
Pressure profile α_p	1-3
Temperature profile α_T	0.1- α_p
Current profile α_j	0.5-2
Ion charge Z	1-3