

AstroGK や GS2 を用いた ジャイロ運動論シミュレーション と位相混合



情報・通信工学専攻

龍野 智哉

共同研究者

W. Dorland

米メリーランド大

G. G. Plunk

独マックスプランク研

A. A. Schekochihin

英オックスフォード大

M. Barnes

米マサチューセツ
工科大

S. C. Cowley

英カラム研

沼田 龍介

兵庫県大

G. G. Howes

米アイオワ大

自己紹介

専門はプラズマ理論・数値シミュレーション

- 1999.3 京大若谷研中退
 - Alfvén 波の連続スペクトル
 - ステラレータにおける圧力駆動型不安定性
 - 1999.2.16 第2回若手研究会「プラズマ中の揺動の不安定性」
(古川さん@鳥取大と共同発表)
- 1999.4–2003.8 東大吉田研助手
 - 流れのあるプラズマの流体的不安定性
 - 電子-陽電子プラズマ中の渦ソリトン
 - 2002.1 論文博士 @ 京大
- 2003.8–2011.6 米メリーランド大研究員
 - 流れのあるプラズマの簡約化 MHD シミュレーション
 - ジャイロ運動論シミュレーション
- 2011.7– 電通大准教授(情報理工学部)
 - シミュレーション理工学の教育・教育・教育・・・
 - 卒論生7名、講義4つ+ α 、実験2コマ・・・

概 要

- モチベーション、ジャイロ運動論の重要性
- シミュレーションコード AstroGK, GS2 の概要
- 順カスケードのシミュレーション
- 双カスケードのシミュレーション
- マルチスケール乱流

龍野 智哉, 日本物理学会誌 **67**, 640 (2012);

Tatsuno, Dorland, Schekochihin *et al.*, Phys. Rev. Lett. (2009);

Tatsuno, Barnes, Cowley *et al.*, J. Plasma & Fusion Res. SER. **9**, 509 (2010);

Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010);

Tatsuno, Plunk, Barnes *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 122305 (2012).

位相空間乱流を研究する意義

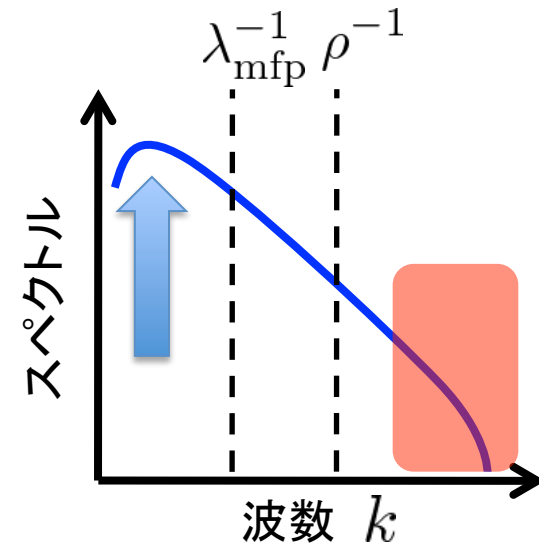
- 現象例

- 磁場閉じ込め核融合
- 太陽風
- 木星の大赤班
- 銀河の降着円盤

	核融合	太陽風
粒子エネルギー	1 keV	30 eV
磁場強度	1 T	10 nT
Larmor 半径 (典型的な小スケール)	5 mm	80 km

- 小スケールで散逸はいかにして起こるか？

- 乱流のスペクトルは小スケールに繋がる
- 不可逆な散逸は最終的に衝突で
- 衝突作用素は速度空間の拡散型作用素
- 速度空間構造の生成を理解する必要



FT-2 tokamak: Gurchenko *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **53**, 035010 (2010).

Tokamak simulation: Bañon-Navarro *et al.* Phys. Rev. Lett. **106**, 055001 (2011).

太陽風: Howes, TenBarge, Dorland *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 035004 (2011).

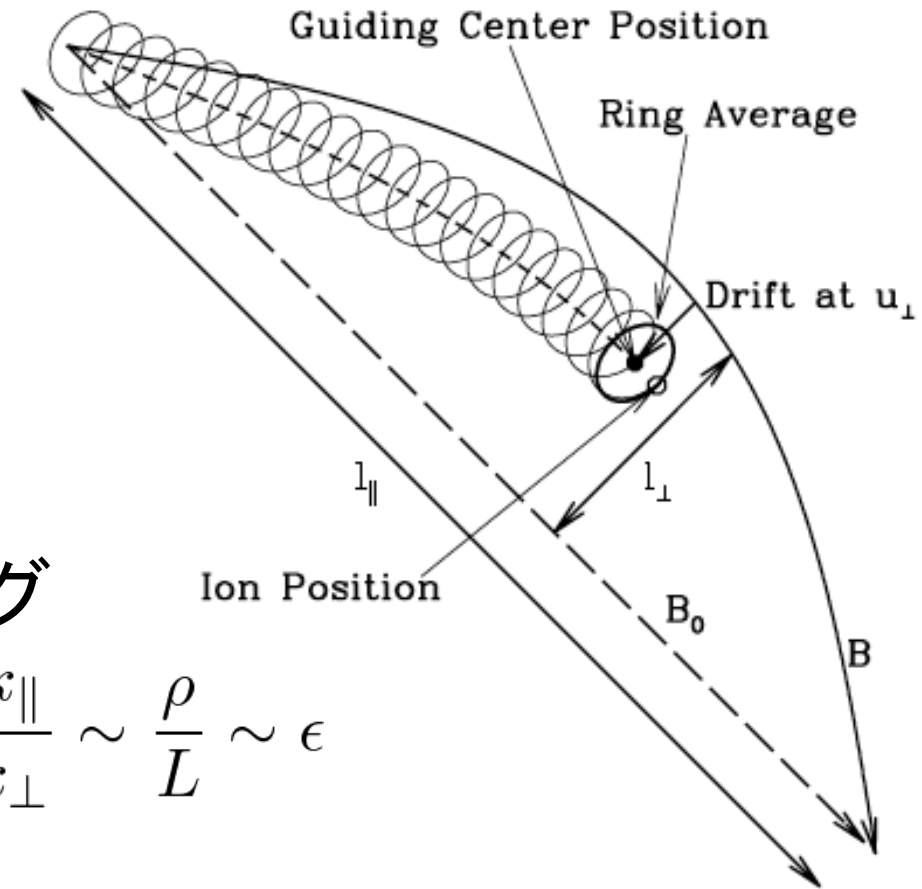
Q: 宇宙でジャイロ運動論？

核融合プラズマとの違い

- ベータ値高い $\beta \sim 1$
- 磁場弱い $\sim \text{nT}$
- 非等方: $l_{\parallel} \gg l_{\perp}$?

ジャイロ運動論オーダーリング

$$\frac{\delta f}{f} \sim \frac{q\varphi}{T} \sim \frac{\delta B}{B} \sim \frac{\omega}{\Omega} \sim \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim \frac{\rho}{L} \sim \epsilon$$



Catto, Plasma Phys. **20**, 719 (1978); Frieman & Chen, Phys. Fluids **25**, 502 (1982);
Howes *et al.*, Astrophys. J. **651**, 590 (2006); 洲鎌 & 渡邊, 物理学会誌掲載予定 (2013).

Q: 宇宙でジャイロ運動論？

プラズマ乱流を考える

- 大スケールで等方的
- でも小スケールでは非等方



非等方性を仮定した理論

- 磁力線垂直方向は Kolmogorov

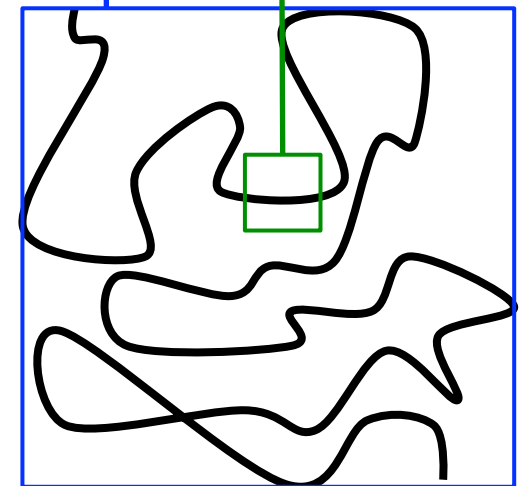
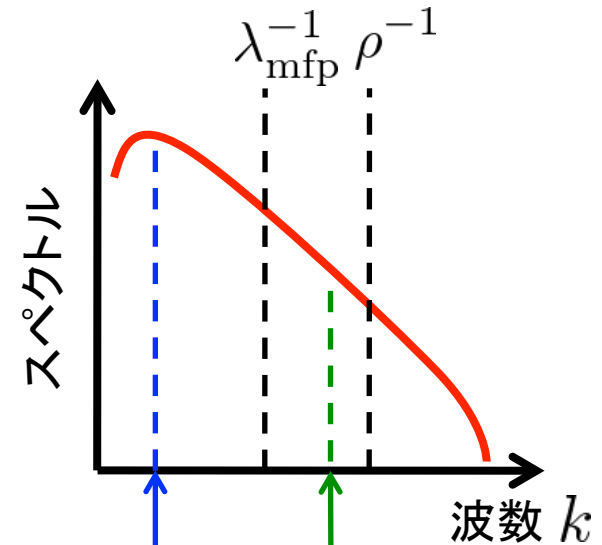
$$u_{\perp} \propto k_{\perp}^{-1/3}$$

- 磁力線方向は critical balance

$$k_{\parallel} v_A \sim k_{\perp} u_{\perp} \Rightarrow k_{\parallel} \propto k_{\perp}^{2/3}$$

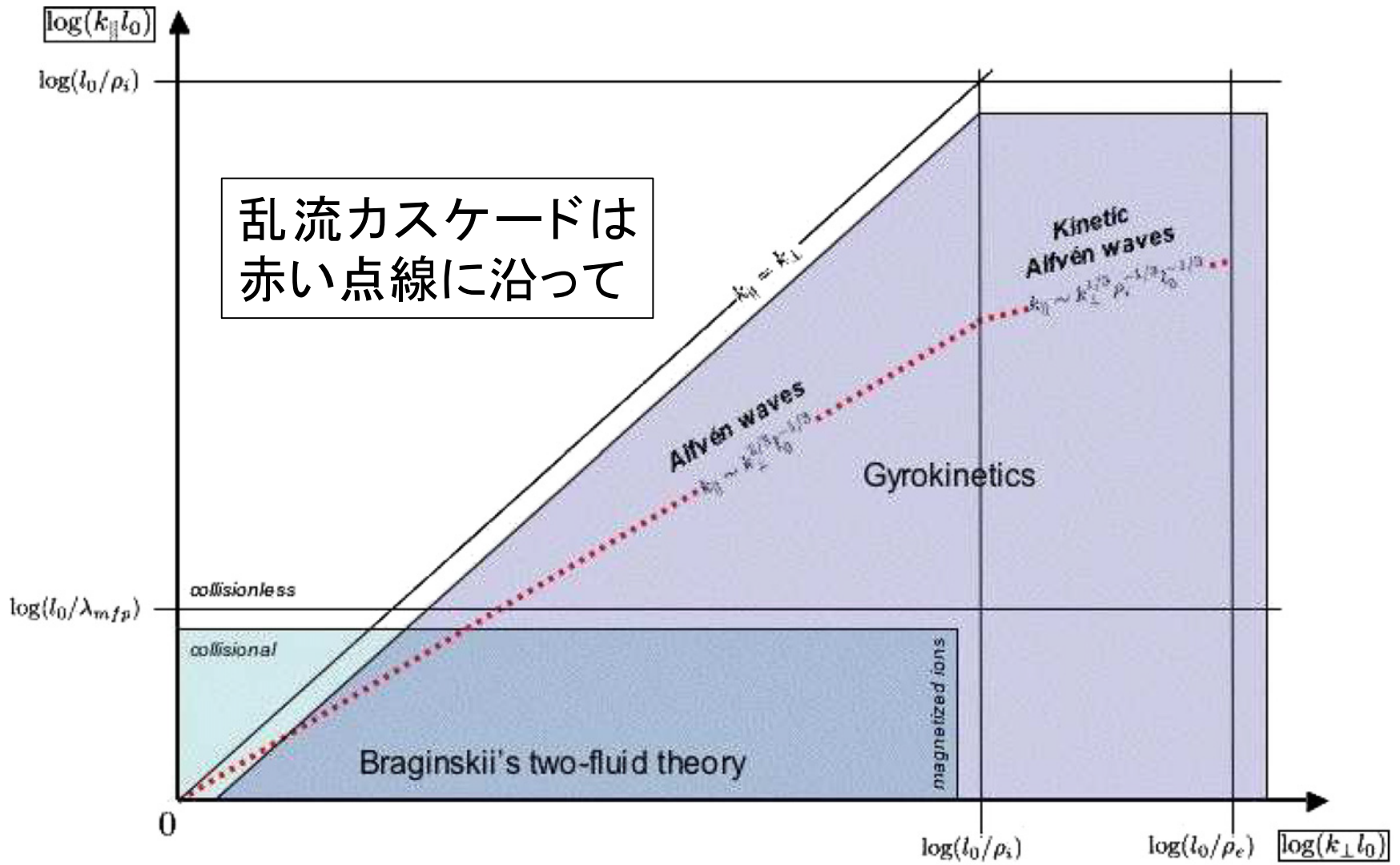
Kraichnan, Phys. Fluids **8**, 1385 (1965);

Goldreich & Sridhar, Astrophys. J. **438**, 763 (1995).



磁力線のつもり

A: 宇宙でもジャイロ運動論！



Schekochihin *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **182**, 310 (2009).

ジャイロ運動論(GK)方程式

位相空間と物理量 (r : 粒子位置, R : リング中心)

$\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$: 粒子分布関数 $\varphi(\mathbf{r}, t)$: 静電ポテンシャル

$g, h(\mathbf{R}, v_{\perp}, v_{\parallel}, t)$: リング分布関数

一様磁場中の静電的 GK 方程式 (\mathcal{C} : 衝突作用素)

$$\frac{\partial g}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{1}{B} \{ \langle \varphi \rangle_{\mathbf{R}}, g \} = \langle \mathcal{C}(h) \rangle_{\mathbf{R}}$$

準中性条件 [無応答電子: $Q = \frac{q^2 n_0}{T_0}$]

$$Q\varphi = q \int \langle h \rangle_{\mathbf{r}} d\mathbf{v} \iff \int \delta f d\mathbf{v} = 0$$

洲鎌 英雄, プラズマ・核融合学会誌 **79**, 107 (2003); G. G. Howes *et al.*, *Astrophys. J.* **651**, 590 (2006); A. J. Brizard and T. S. Hahm, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 421 (2007); X. Garbet *et al.*, *Nucl. Fusion* **50**, 043002 (2010).

概 要

- モチベーション、ジャイロ運動論の重要性
- シミュレーションコード AstroGK, GS2 の概要
- 順カスケードのシミュレーション
- 双カスケードのシミュレーション
- マルチスケール乱流

龍野 智哉, 日本物理学会誌 **67**, 640 (2012);

Tatsuno, Dorland, Schekochihin *et al.*, Phys. Rev. Lett. (2009);

Tatsuno, Barnes, Cowley *et al.*, J. Plasma & Fusion Res. SER. **9**, 509 (2010);

Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010);

Tatsuno, Plunk, Barnes *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 122305 (2012).

AstroGK, GS2 の概要

- F95, pure MPI 並列オープンソースコード:
<http://sourceforge.net/projects/gyrokinetics/>
- 汎用連続体コード: 速度空間もグリッドに切る
- フラックスチューブ、電磁揺動含む (説明は割愛)
- 開発 (svn): M. Barnes, W. Dorland, G. Howes, R. Numata and T. Tatsuno.
 - 空間の離散化 (含: 速度空間)
 - 磁力線垂直方向に Fourier スペクトル法 (xy 平面)
 - 沿磁力線方向に 2 次中心差分 (z 方向)
 - 速度空間に Legendre, Laguerre スペクトル積分 (ウェイト exp)
 - 時間の離散化
 - 線形移流項: 陰的 2 次台形公式
 - 非線形項: 3 次 Adams-Bashforth 公式
 - 衝突項: 陰的 Euler 法
(ピッチ角散乱 + エネルギー拡散 + モーメント保存)
 - プリプロセスによる汎用性の確保 (.fpp)
 - 関数ポインタ(C言語)によるチューニング

Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010).

数値コードの共同開発

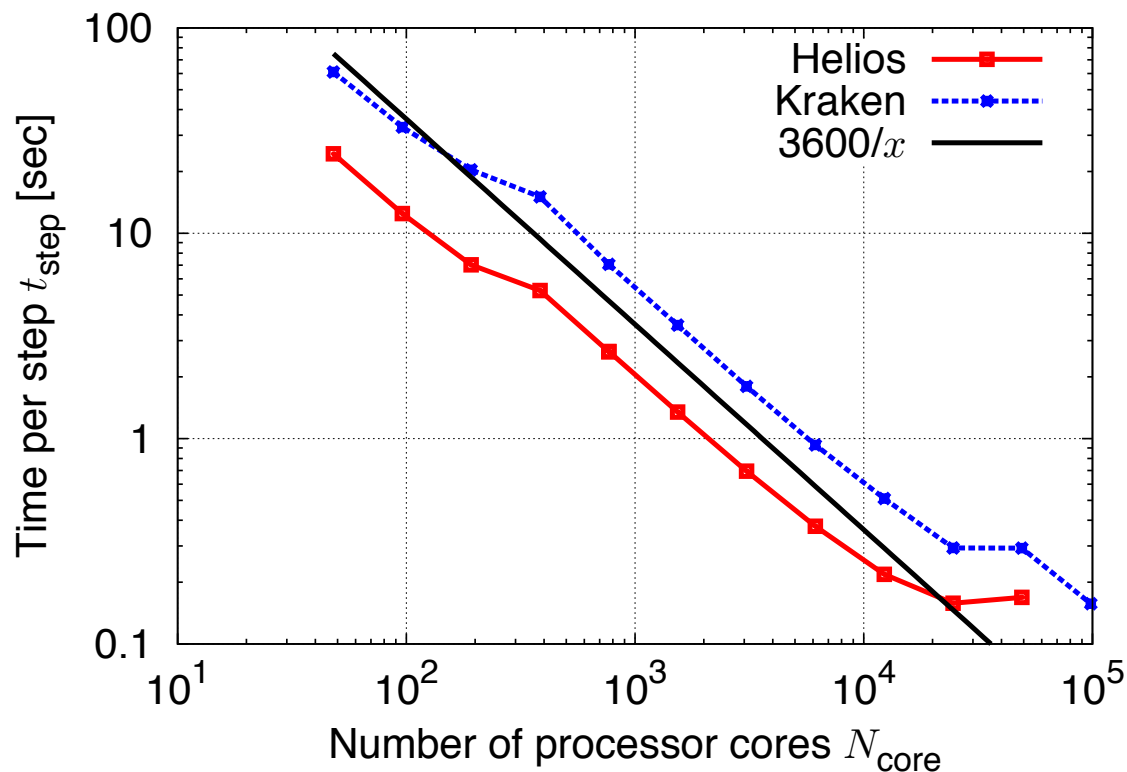
- F95, pure MPI 並列オープンソースコード:
<http://sourceforge.net/projects/gyrokinetics/>
- M. Barnes, W. Dorland, G. Howes, R. Numata & T. Tatsuno
- バージョン管理ソフト Subversion

```
Terminal — bash — 100x22
[tatsuno@lame:trunk] svn blame agk.f90 | head -20
 56  bdorland  program AstroGK
1144  rnumata  use job_manage, only: checkstop, job_fork, checktime, time_message
335  rnumata  use mp, only: init_mp, finish_mp, proc0, nproc, broadcast
 56  bdorland  use file_utils, only: init_file_utils, finish_file_utils, run_name, list_name
1281  rnumata  use file_utils, only: stdout_unit
 56  bdorland  use fields, only: init_fields
 56  bdorland  use agk_diagnostics, only: init_agk_diagnostics, finish_agk_diagnostics
 56  bdorland  use agk_diagnostics, only: nsave
641  tatsuno  use run_parameters, only: nstep
 56  bdorland  use run_parameters, only: use_Phi, use_Apar, use_Bpar
568  rnumata  use run_parameters, only: avail_cpu_time
 56  bdorland  use fields, only: advance
 56  bdorland  use dist_fn_arrays, only: gnew
 56  bdorland  use agk_save, only: agk_save_for_restart
 56  bdorland  use agk_diagnostics, only: loop_diagnostics
 56  bdorland  use agk_reinit, only: reset_time_step, check_time_step
1144  rnumata  use agk_reinit, only: time_reinit
391  rnumata  use agk_time, only: write_dt, init_tstart, update_time
 56  bdorland  use agk_time, only: time, dtime
249  ghowes   use agk_mem, only: init_mem, finish_mem, highwater_memory
[tatsuno@lame:trunk] █
```

Revision User Main

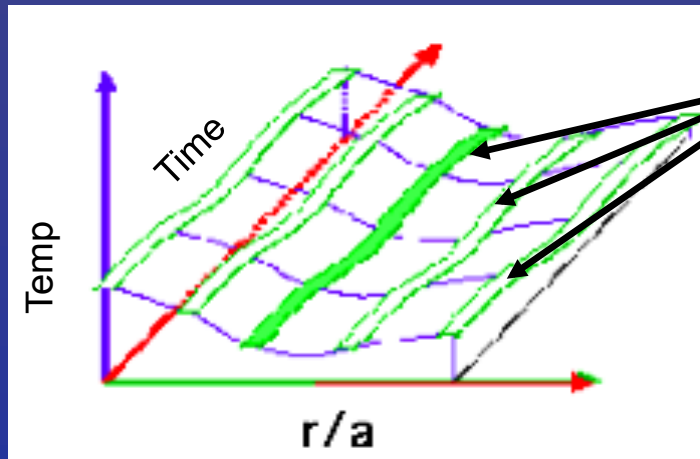
並列化スケーリング

- $(N_x, N_y, N_z, N_l, N_e, N_s) = (32, 32, 24, 192, 256, 2)$
- 左側4点はそれぞれ 1, 2, 4, 8 core(s) / node



Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010).

輸送コード: Trinity



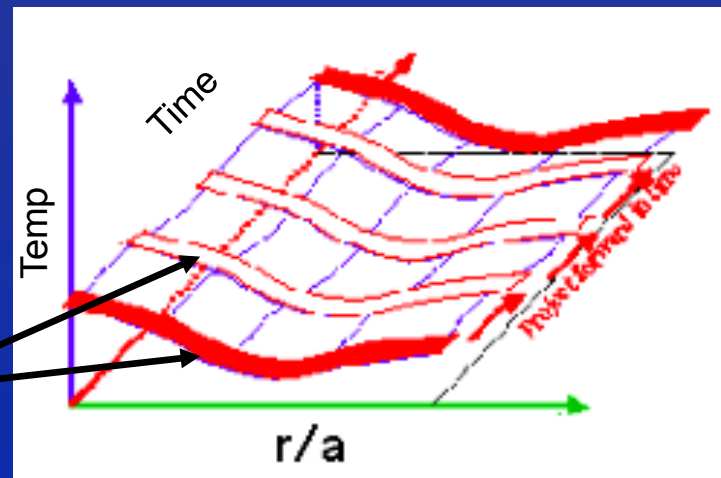
Flux tube simulation domain

- Turbulent fluxes calculated in small regions of fine grid embedded in "coarse" radial grid (for equilibrium)

Courtesy of M. Barnes

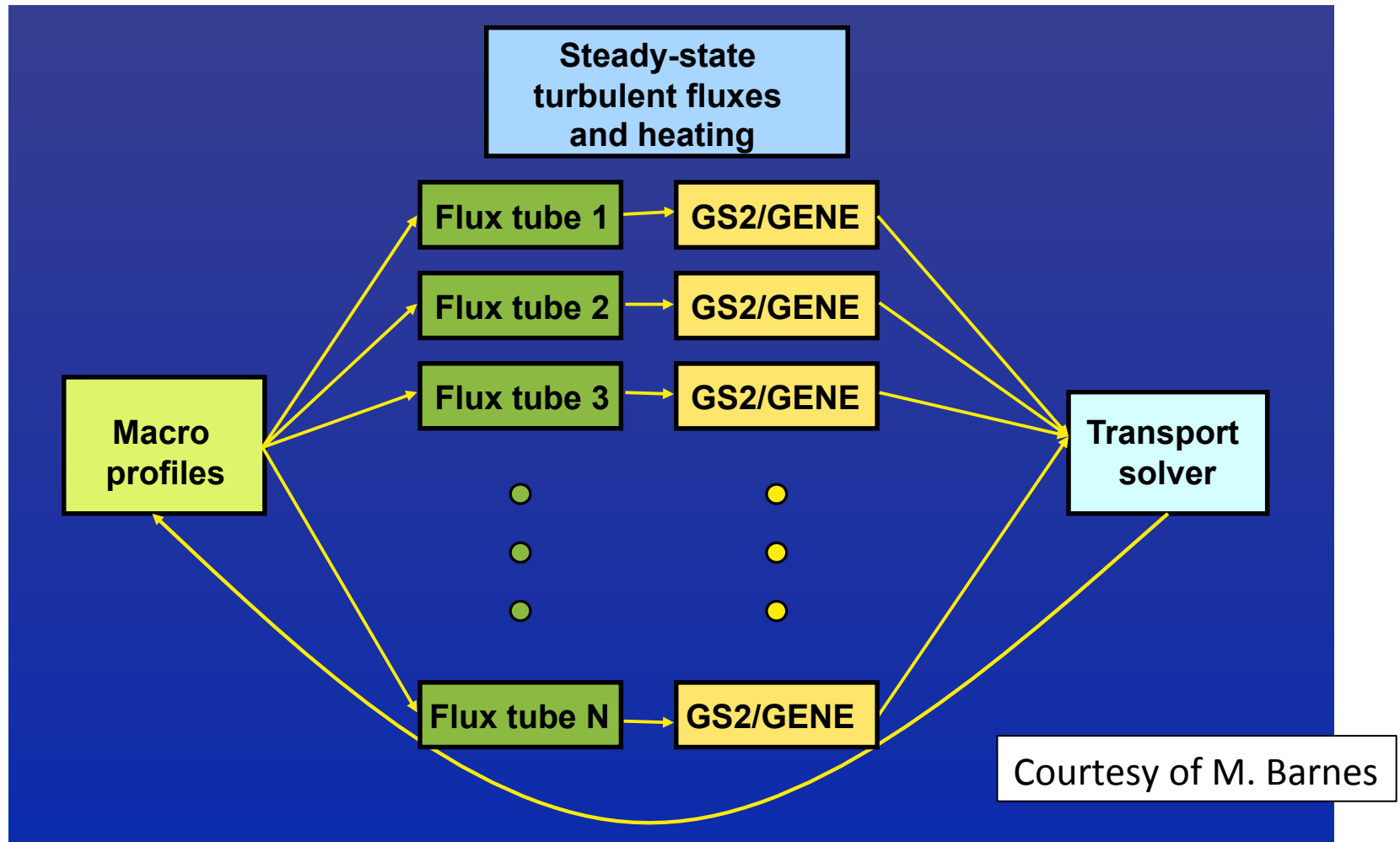
- Steady-state (time-averaged) turbulent fluxes calculated in small regions of fine grid embedded in "coarse" time grid (for equilibrium)

Flux tube simulation domain



Trinity web site: <http://web.mit.edu/mabarnes/www/projects/trinity/>

輸送コード: Trinity



Trinity web site: <http://web.mit.edu/mabarnes/www/projects/trinity/>

概 要

- モチベーション、ジャイロ運動論の重要性
- シミュレーションコード AstroGK, GS2 の概要
- 順カスケードのシミュレーション
- 双カスケードのシミュレーション
- マルチスケール乱流

龍野 智哉, 日本物理学会誌 **67**, 640 (2012);

Tatsuno, Dorland, Schekochihin *et al.*, Phys. Rev. Lett. (2009);

Tatsuno, Barnes, Cowley *et al.*, J. Plasma & Fusion Res. SER. **9**, 509 (2010);

Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010);

Tatsuno, Plunk, Barnes *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 122305 (2012).

ジャイロ運動論(GK)方程式

2次元 ($k_{\parallel} = 0$) GK 方程式

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \frac{1}{B} \{ \langle \varphi \rangle_{\mathbf{R}}, g \} = \langle C(h) \rangle_{\mathbf{R}}$$

δf : 粒子分布関数
 g, h : リング分布関数
 C : 衝突作用素
 W_g : 摂動エントロピー

準中性条件 [無応答電子: $Q = \frac{q^2 n_0}{T_0}$]

$$Q\varphi = q \int \langle h \rangle_{\mathbf{r}} d\mathbf{v} \iff \int \delta f d\mathbf{v} = 0$$

無衝突保存量 ($\Gamma_0 = I_0(b)e^{-b}$, $b = k_{\perp}^2 \rho^2 / 2$)

$$W_g = \iint \frac{T_0 g^2}{2F_0} d\mathbf{R} d\mathbf{v}, \quad E = \frac{Q}{2} \sum (1 - \Gamma_0) |\varphi_{\mathbf{k}}|^2.$$

Schekochihin *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **182**, 310 (2009); Tatsuno *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 015003 (2009); Plunk *et al.*, *J. Fluid Mech.* **664**, 407 (2010).

セットアップ

- まっすぐな一様スラブ: $L_x = L_y = 2\pi\rho$
- 磁場 z 方向, また $\partial/\partial z = 0$
- 初期条件 (減衰乱流, F_M : Maxwell 分布)

$$g = \left[C \left(\cos \frac{2x}{\rho} + \cos \frac{2y}{\rho} \right) + \text{noise} \right] F_M$$

- $|k_x\rho| = |k_y\rho| = 2$ に初期条件において,
 $1 \leq |k_x\rho|, |k_y\rho| \leq 85$ の小スケールに着目した初期
値問題
- 初期速度分布は Maxwellian
- 大規模シミュレーション
($256^2 \times 192^2$ グリッド; 9,216 Procs.; 68 時間)

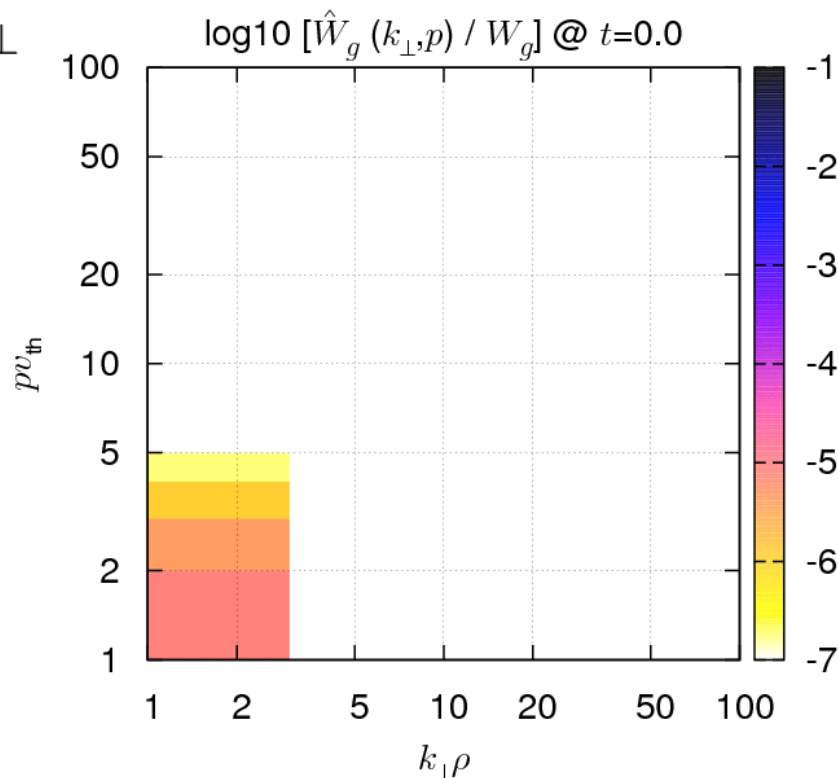
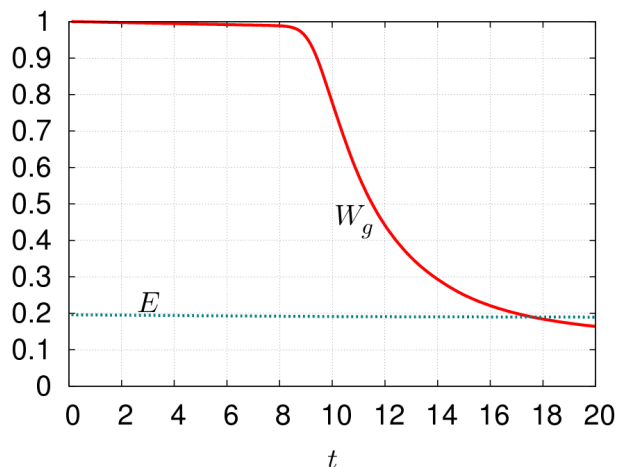
位相空間における乱流カスケード

Hankel 変換と位相空間スペクトル ($\mathcal{K} = \{k : K\rho - 1/2 \leq |k|\rho < K\rho + 1/2\}$)

$$\hat{g}_{\mathbf{k}}(p) = \int v_{\perp} J_0(pv_{\perp}) g_{\mathbf{k}}(v_{\perp}) dv_{\perp}$$

$$\hat{W}_g(k_{\perp}, p) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathcal{K}} |\hat{g}_{\mathbf{k}}(p)|^2$$

無衝突保存量の時間発展



Tatsuno *et al.*, Phys. Rev. Lett. **103**, 015003 (2009); J. Plasma & Fusion Res. SER. **9**, 509 (2010).

Navier-Stokes 乱流

- Navier-Stokes 方程式 (\mathbf{u} : 速度, p : 圧力, ν : 粘性[小さい])

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

- 簡単のため周期境界を考えると, エネルギーの時間発展は

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \int |\mathbf{u}|^2 d\mathbf{r} = -\nu \int |\nabla \times \mathbf{u}|^2 d\mathbf{r}$$

- 無散逸保存量 = エネルギー: $E = \frac{1}{2} \int |\mathbf{u}|^2 d\mathbf{r}$

- 粘性項の高階微分のため, エネルギーを小スケールに運べば効果的に散逸できる.

Kolmogorov のスケーリング則

• 仮定

- 等方性
- 相互作用のスケール局所性
- 慣性領域の存在 (散逸の無いスケール領域)

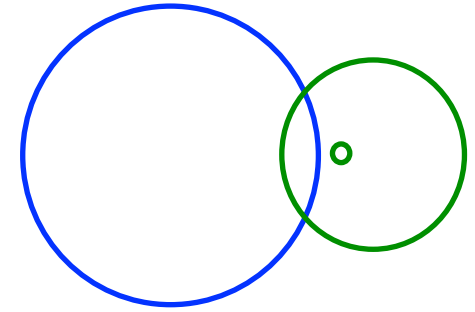
• 次元解析

- $\varepsilon \sim \frac{u_\ell^2}{\tau_\ell} \sim \text{const}$ (エネルギー束一定)

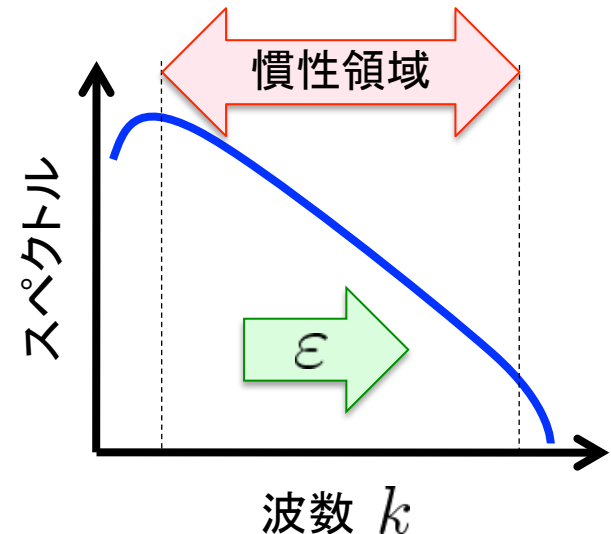
- $\tau_\ell \sim \frac{\ell}{u_\ell}, \quad u_\ell^2 \sim \int_{\ell^{-1}} E(k) dk$

➡ $E(k) \propto k^{-5/3}$

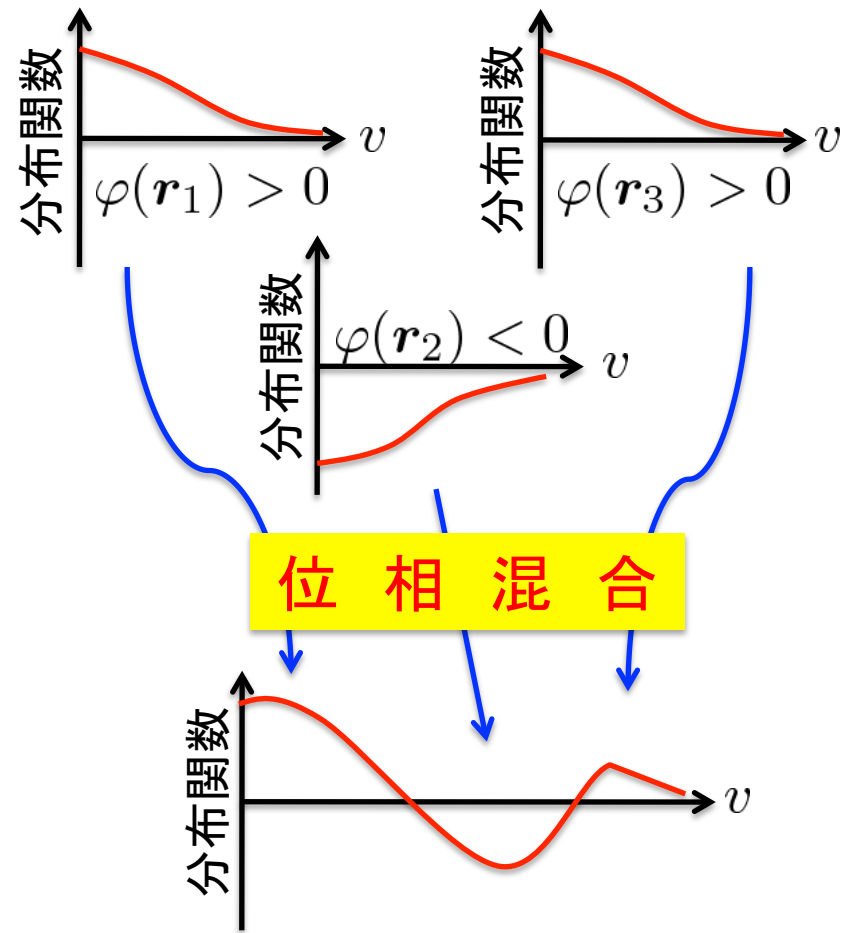
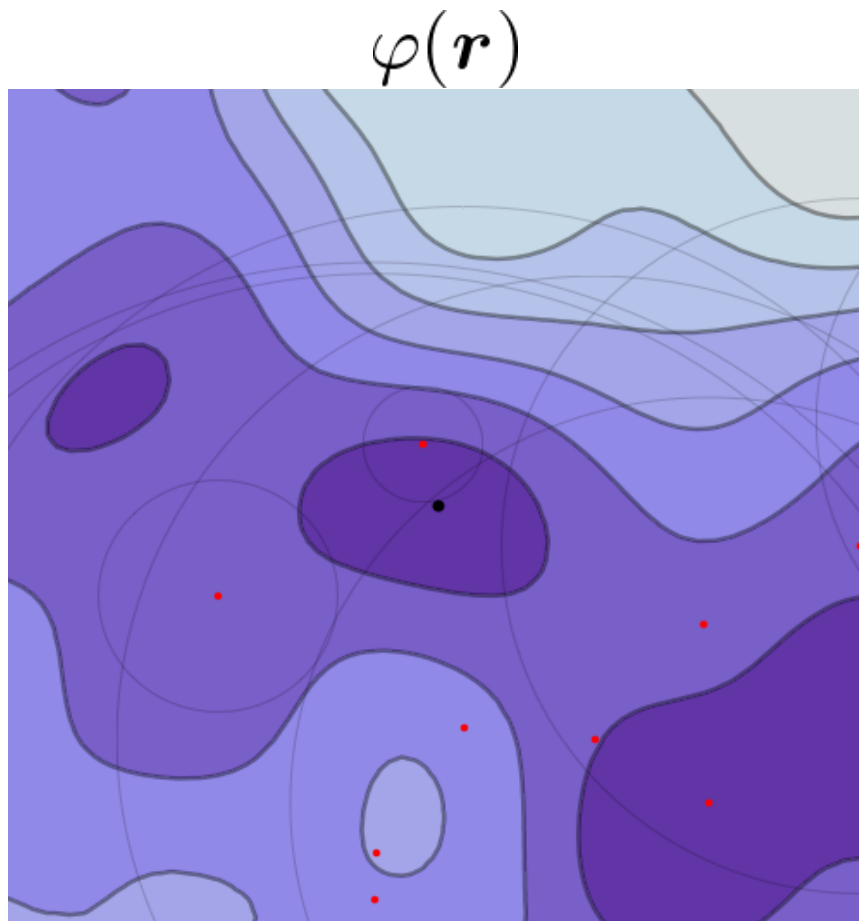
$(k \sim \ell^{-1})$



近いスケールの渦が相互作用



非線形位相混合による 速度空間の構造生成



Dorland & Hammett, Phys. Fluids B **5**, 812 (1993).
Movie by G. G. Plunk

位相空間乱流のスケーリング則

- エントロピーの乱流カスケード

$$w_g \sim \frac{v_{th}^2}{\tau_\ell} \left(\frac{g\ell v_{th}^3}{n_0} \right)^2 \sim \text{const}$$

- 非線形相関時間 (ρ : 粒子の回転半径)

$$\tau_\ell \sim \left(\frac{\rho}{\ell} \right)^{1/2} \frac{\ell^2 B_0}{\varphi \ell}$$

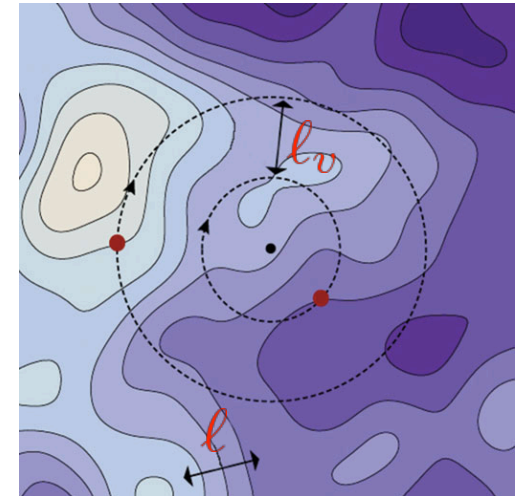
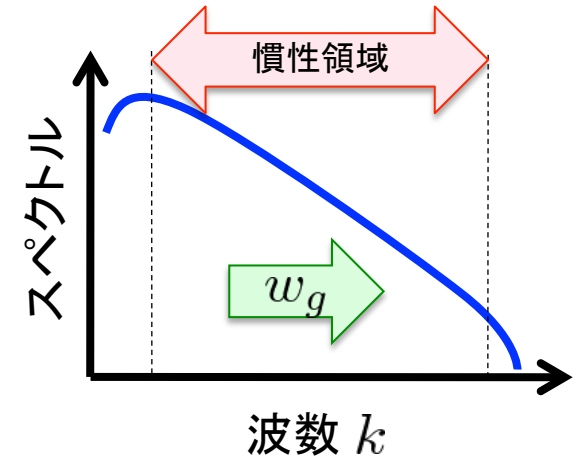
- 速度空間と位置空間の相関: $l \sim l_v$

- 準中性条件: $\frac{\varphi \ell}{B_0} \sim \frac{v_{th}^4}{n_0} g\ell \ell$



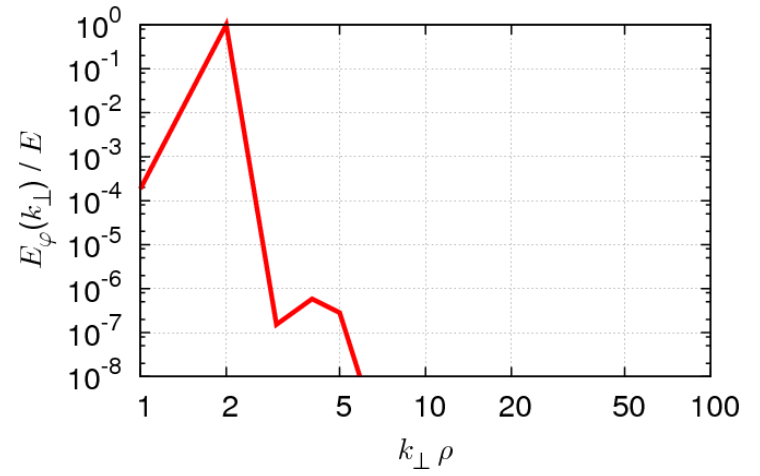
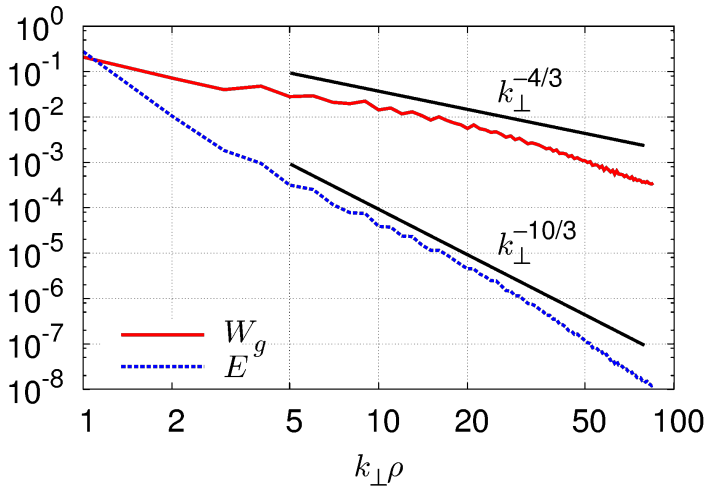
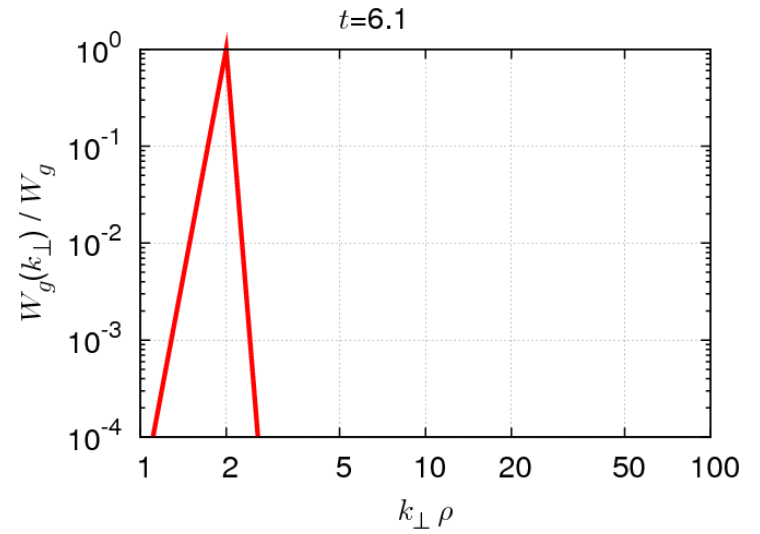
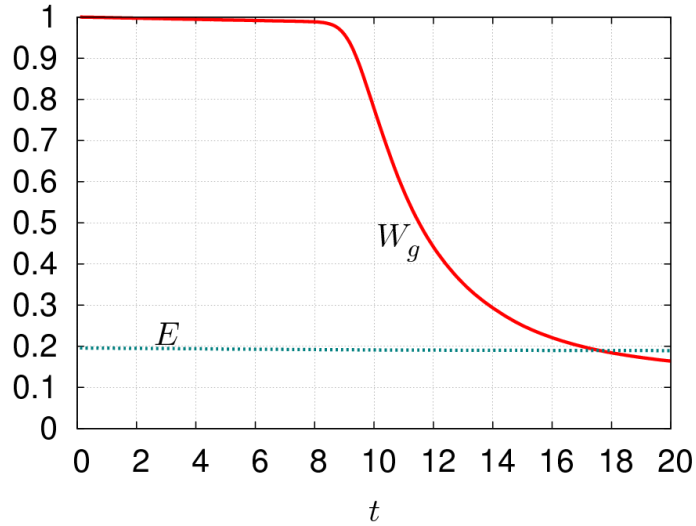
- 乱流スペクトル ($k \sim \ell^{-1}$)

$$W_g(k) \propto k^{-4/3}, \quad E(k) \propto k^{-10/3}$$



Schekochihin *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion **50**, 124024 (2008).

波数スペクトル



概 要

- モチベーション、ジャイロ運動論の重要性
- シミュレーションコード AstroGK, GS2 の概要
- 順カスケードのシミュレーション
- 双カスケードのシミュレーション
- マルチスケール乱流

龍野 智哉, 日本物理学会誌 **67**, 640 (2012);

Tatsuno, Dorland, Schekochihin *et al.*, Phys. Rev. Lett. (2009);

Tatsuno, Barnes, Cowley *et al.*, J. Plasma & Fusion Res. SER. **9**, 509 (2010);

Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010);

Tatsuno, Plunk, Barnes *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 122305 (2012).

ジャイロ運動論(GK)方程式

2次元 ($k_{\parallel} = 0$) GK 方程式

$$\frac{\partial g}{\partial t} + \frac{1}{B} \{ \langle \varphi \rangle_{\mathbf{R}}, g \} = \langle C(h) \rangle_{\mathbf{R}}$$

準中性条件 [無応答電子: $Q = \frac{q^2 n_0}{T_0}$]

$$Q\varphi = q \int \langle h \rangle_{\mathbf{r}} d\mathbf{v} \iff \int \delta f d\mathbf{v} = 0$$

無衝突保存量 ($\Gamma_0 = I_0(b)e^{-b}$, $b = k_{\perp}^2 \rho^2 / 2$)

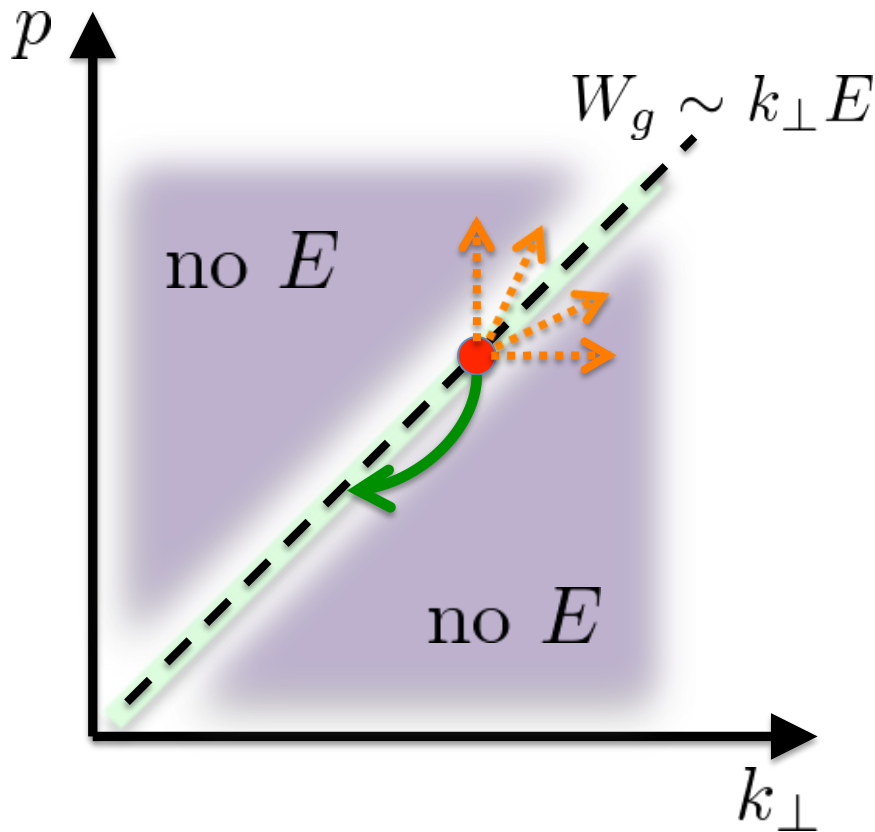
$$W_g = \iint \frac{T_0 g^2}{2F_0} d\mathbf{R} d\mathbf{v}, \quad E = \frac{Q}{2} \sum (1 - \Gamma_0) |\varphi_{\mathbf{k}}|^2.$$

δf : 粒子分布関数
 g, h : リング分布関数
 C : 衝突作用素
 W_g : 摂動エントロピー
 E : エネルギー

Schekochihin *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **182**, 310 (2009); Tatsuno *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 015003 (2009); Plunk *et al.*, *J. Fluid Mech.* **664**, 407 (2010).

双カスケード

- もし小スケールに初期条件があったら？



保存量

$$W_g \sim \sum_{\mathbf{k}} \int \frac{|g_{\mathbf{k}}|^2}{F_0} d\mathbf{v}$$

$$E \sim \sum_{\mathbf{k}} |\varphi_{\mathbf{k}}|^2$$

準中性条件

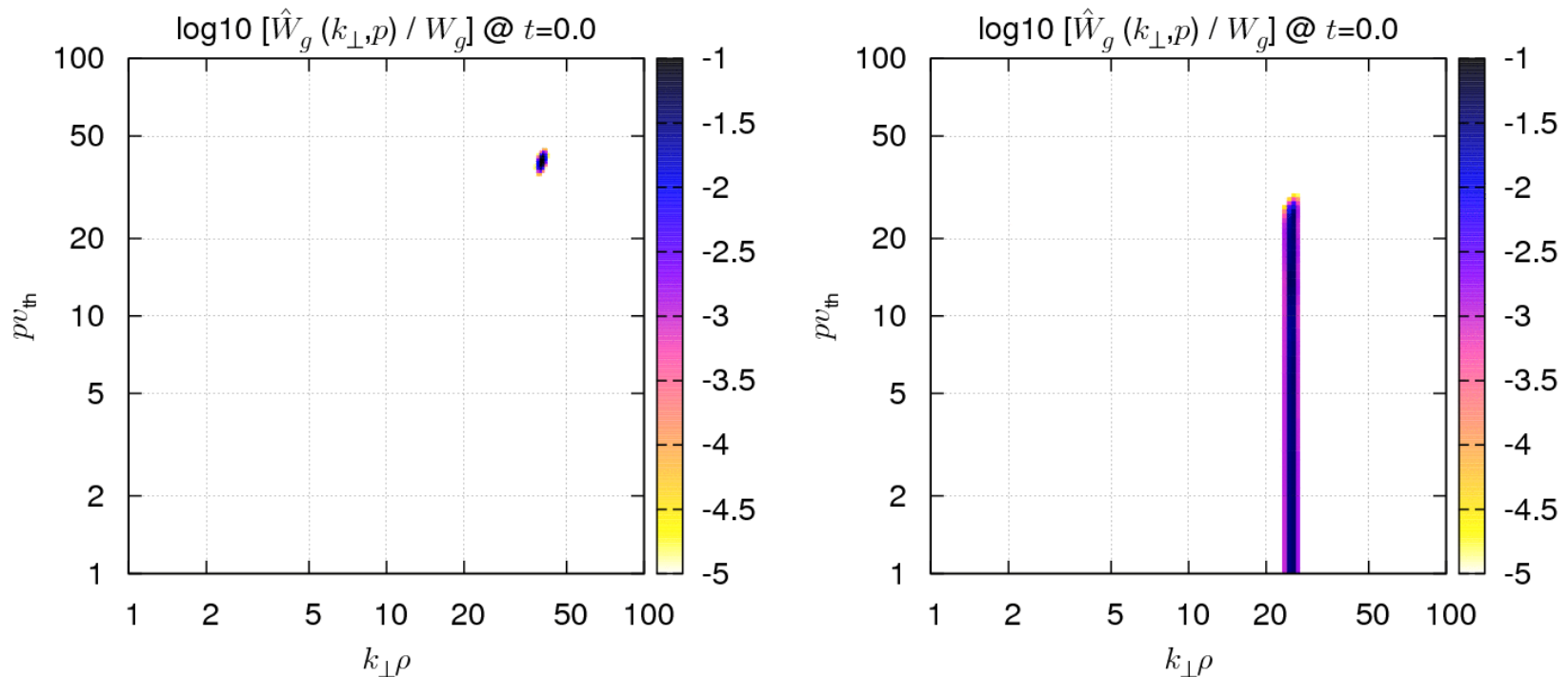
$$\varphi_{\mathbf{k}} \sim \int J_0(k_{\perp} v_{\perp}) g_{\mathbf{k}} d\mathbf{v}$$



W_g の順カスケードに伴い, E は必ず大スケールに移送される.

自由減衰乱流シミュレーション

- 小スケールの初期条件
- コヒーレント初期速度分布とランダム初期速度分布



小スケール不安定性の例: Ricci *et al.*, Phys. Plasmas **13**, 062102 (2006).

エネルギー一移送関数

シェルフィルター関数

$$(\mathcal{K} = \{\mathbf{k} : K\rho - 1/2 \leq |\mathbf{k}|\rho < K\rho + 1/2\})$$

$$\varphi_K(\mathbf{r}) := \sum_{\mathbf{k} \in \mathcal{K}} \varphi_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$$

エネルギー一移送関数

$$T^{(E)}(K, Q) := - \iint \frac{1}{F_0} \langle \varphi_K \rangle_{\mathbf{R}} \{ \langle \varphi_Q \rangle_{\mathbf{R}}, g \} d\mathbf{R} d\mathbf{v}$$

エネルギーの時間変化

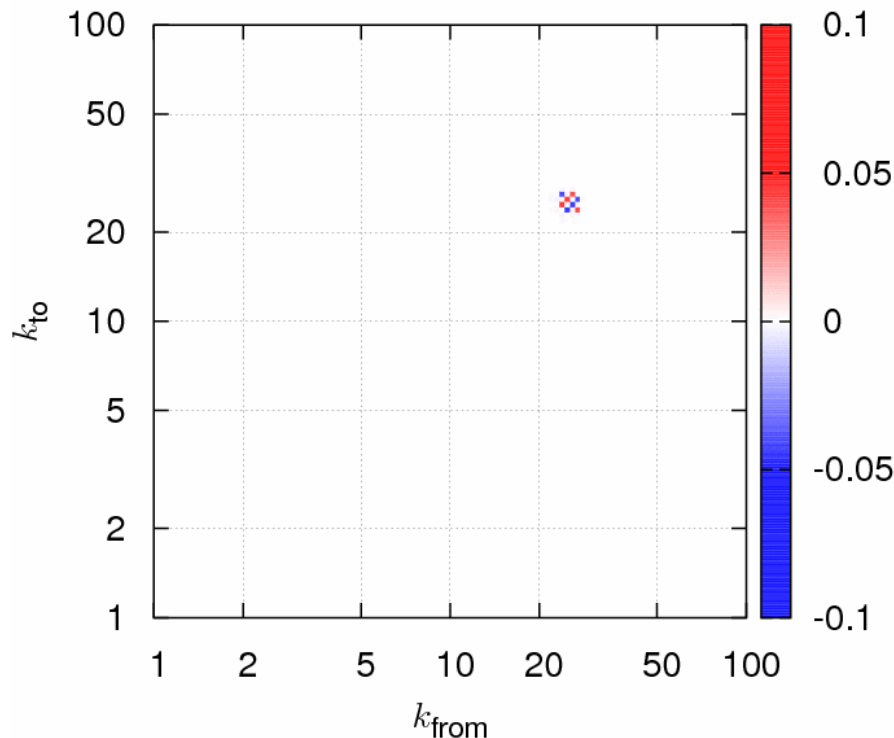
$$\frac{d}{dt} \sum_{\mathbf{k} \in \mathcal{K}} (1 - \Gamma_0) |\varphi_{\mathbf{k}}|^2 = \sum_Q T^{(E)}(K, Q) - \text{collisions}$$

双カスケードと非線形移送

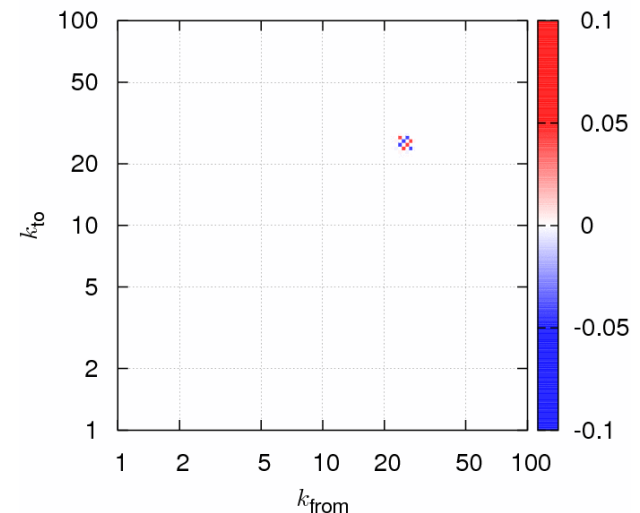
$$E = \frac{Q}{2} \sum_{\mathbf{k}} (1 - \Gamma_0) |\varphi_{\mathbf{k}}|^2$$

$$W_g = \iint \frac{T_0 g^2}{2F_0} d\mathbf{R} d\mathbf{v}$$

$$T^{(E)}(k_{\text{to}}, k_{\text{from}})_{t=0.0}$$



$$T^{(W)}(k_{\text{to}}, k_{\text{from}})_{t=0.0}$$



概 要

- モチベーション、ジャイロ運動論の重要性
- シミュレーションコード AstroGK, GS2 の概要
- 順カスケードのシミュレーション
- 双カスケードのシミュレーション
- マルチスケール乱流

龍野 智哉, 日本物理学会誌 **67**, 640 (2012);

Tatsuno, Dorland, Schekochihin *et al.*, Phys. Rev. Lett. (2009);

Tatsuno, Barnes, Cowley *et al.*, J. Plasma & Fusion Res. SER. **9**, 509 (2010);

Numata, Howes, Tatsuno *et al.*, J. Comput. Phys. **229**, 9347 (2010);

Tatsuno, Plunk, Barnes *et al.*, Phys. Plasmas **19**, 122305 (2012).

2D GK \rightarrow 2D 非圧縮 Euler

準中性条件 $\Gamma_0 = I_0(b)e^{-b}$, $b = k_{\perp}^2 \rho^2 / 2$

$$Q(1 - \Gamma_0)\varphi_{\mathbf{k}} = q \int J_0 g_{\mathbf{k}} d\mathbf{v}$$

$$\xrightarrow{k_{\perp} \rightarrow 0} Qk_{\perp}^2 \varphi_{\mathbf{k}} = q \int g_{\mathbf{k}} d\mathbf{v}$$

GK 方程式の積分

$$\frac{\partial}{\partial t} \int g d\mathbf{v} + \left\{ \varphi, \int g d\mathbf{v} \right\} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \varphi + \left\{ \varphi, \nabla_{\perp}^2 \varphi \right\} = 0$$

2D 非圧縮 Euler

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi \times \hat{\mathbf{z}}$$

NB) for Boltzmann electron we get Charney-Hasegawa-Mima.

Plunk, Cowley, Schekochihin & Tatsuno, J. Fluid Mech. **664**, 407 (2010).

2D NS の双カスケード

- 2D NS

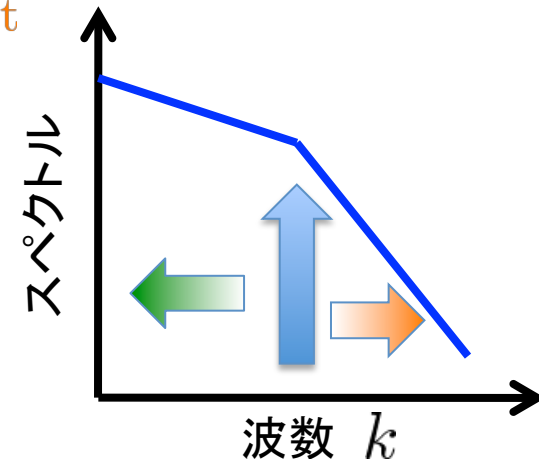
$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \varphi + \{\varphi, \nabla_{\perp}^2 \varphi\} = \nu \nabla_{\perp}^4 \varphi \quad \tau_l \sim \frac{l^2}{\varphi_l}$$

- 無散逸保存量

$$\begin{cases} E_{\text{NS}} = \frac{1}{2} \int |\nabla_{\perp} \varphi|^2 dr \\ Z = \frac{1}{2} \int (\nabla_{\perp}^2 \varphi)^2 dr \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \varepsilon_E \sim \frac{(\varphi_l/l)^2}{\tau_l} \sim \text{const} \\ \varepsilon_Z \sim \frac{(\varphi_l/l^2)^2}{\tau_l} \sim \text{const} \end{cases}$$

- スペクトル

$$\begin{cases} E(k) \propto k^{-5/3} \\ E(k) \propto k^{-3} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} \varphi_l \propto l^{4/3} \\ \varphi_l \propto l^2 \end{cases}$$



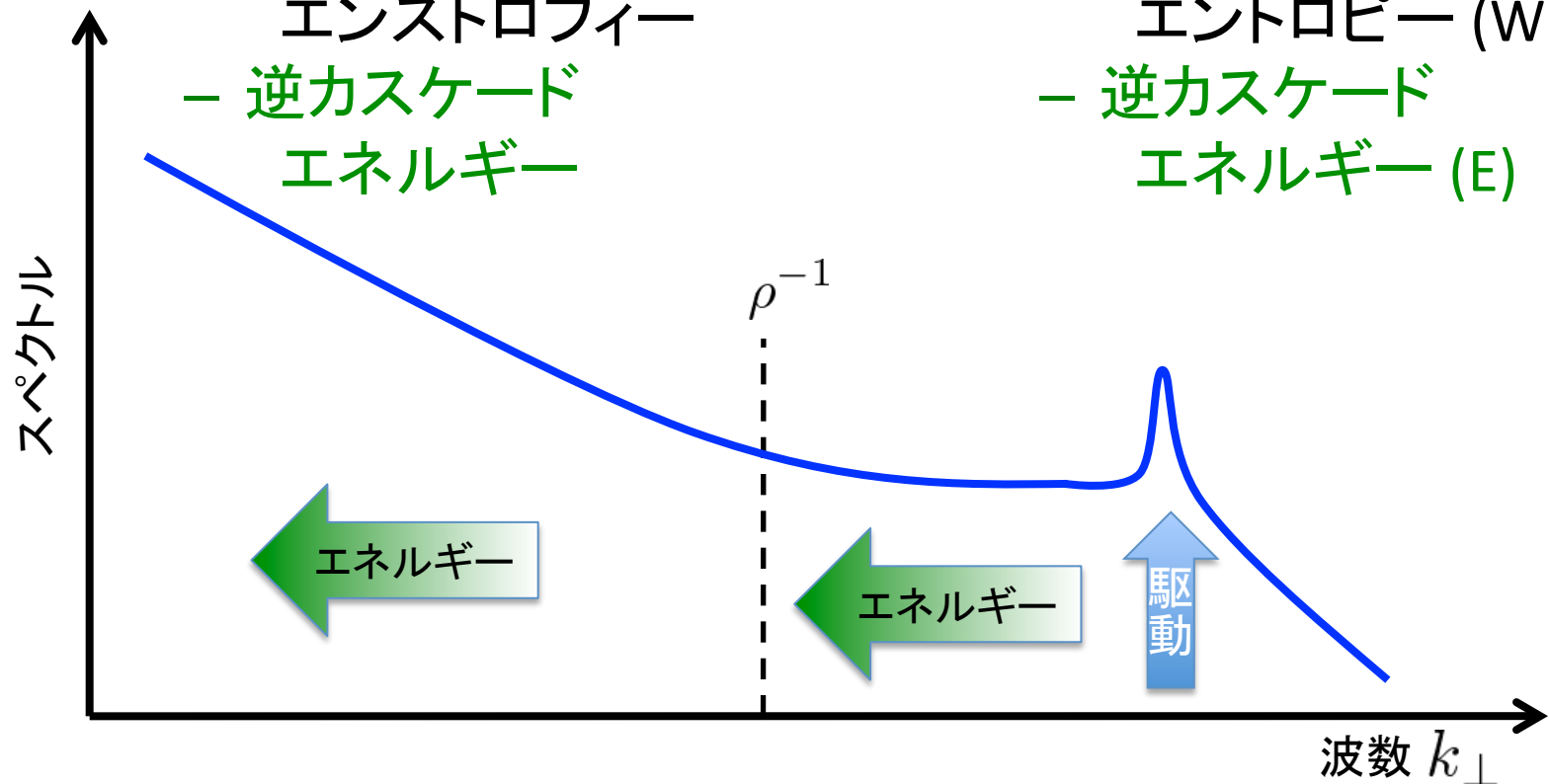
2D GK 乱流から NS 乱流へ

大スケール

- 2D **NS** 乱流
 - 順カスケード
エンストロフィー
 - 逆カスケード
エネルギー

小スケール

- 2D **GK** 乱流
 - 順カスケード
エントロピー (W)
 - 逆カスケード
エネルギー (E)



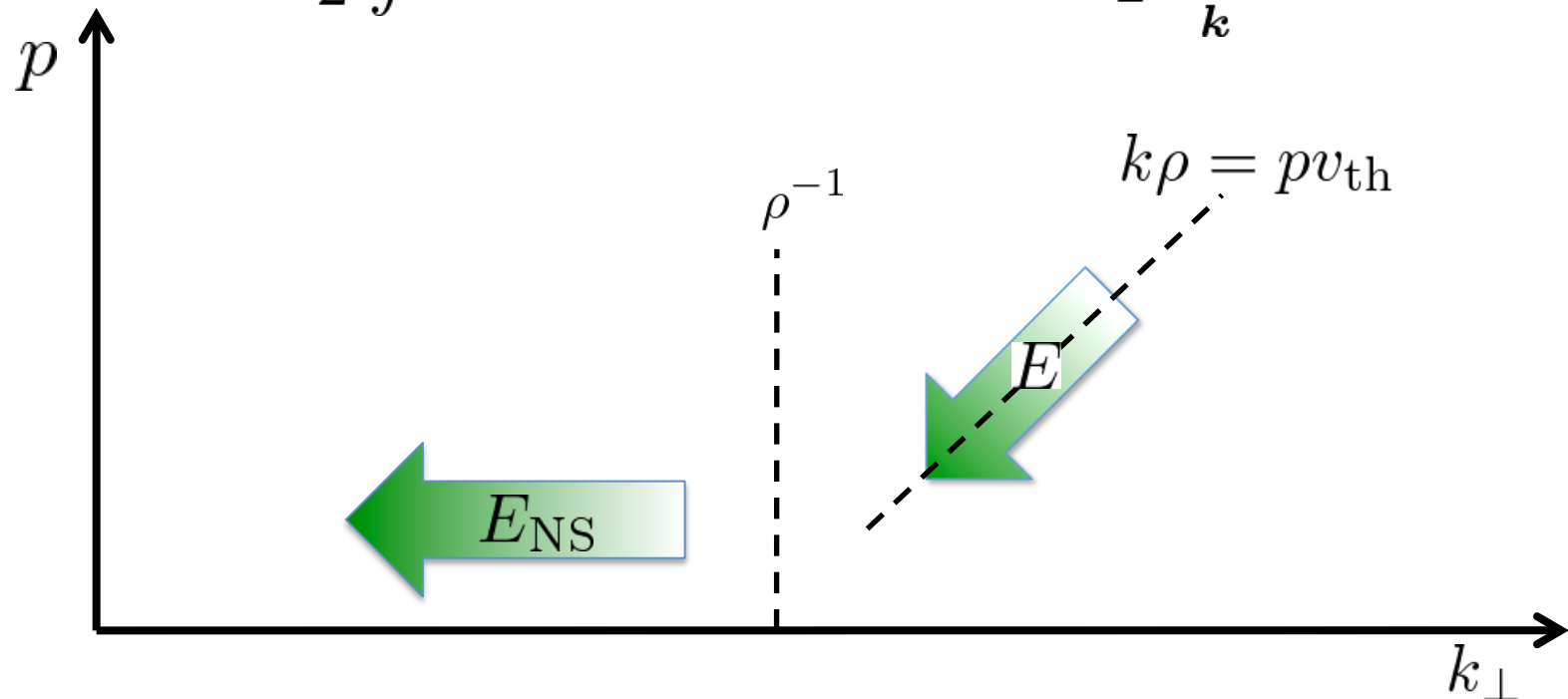
Plunk, Cowley, Schekochihin & Tatsuno, J. Fluid Mech. **664**, 407 (2010).

2D GK 乱流から NS 乱流へ

- NS 乱流の保存量

- GK 乱流の保存量

$$E_{\text{NS}} = \frac{1}{2} \int |\nabla_{\perp} \varphi|^2 d\mathbf{r} \quad \xleftrightarrow{k\rho \rightarrow 0} \quad E \propto \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} (1 - \Gamma_0) |\varphi_{\mathbf{k}}|^2$$



Plunk, Cowley, Schekochihin & Tatsuno, J. Fluid Mech. **664**, 407 (2010).

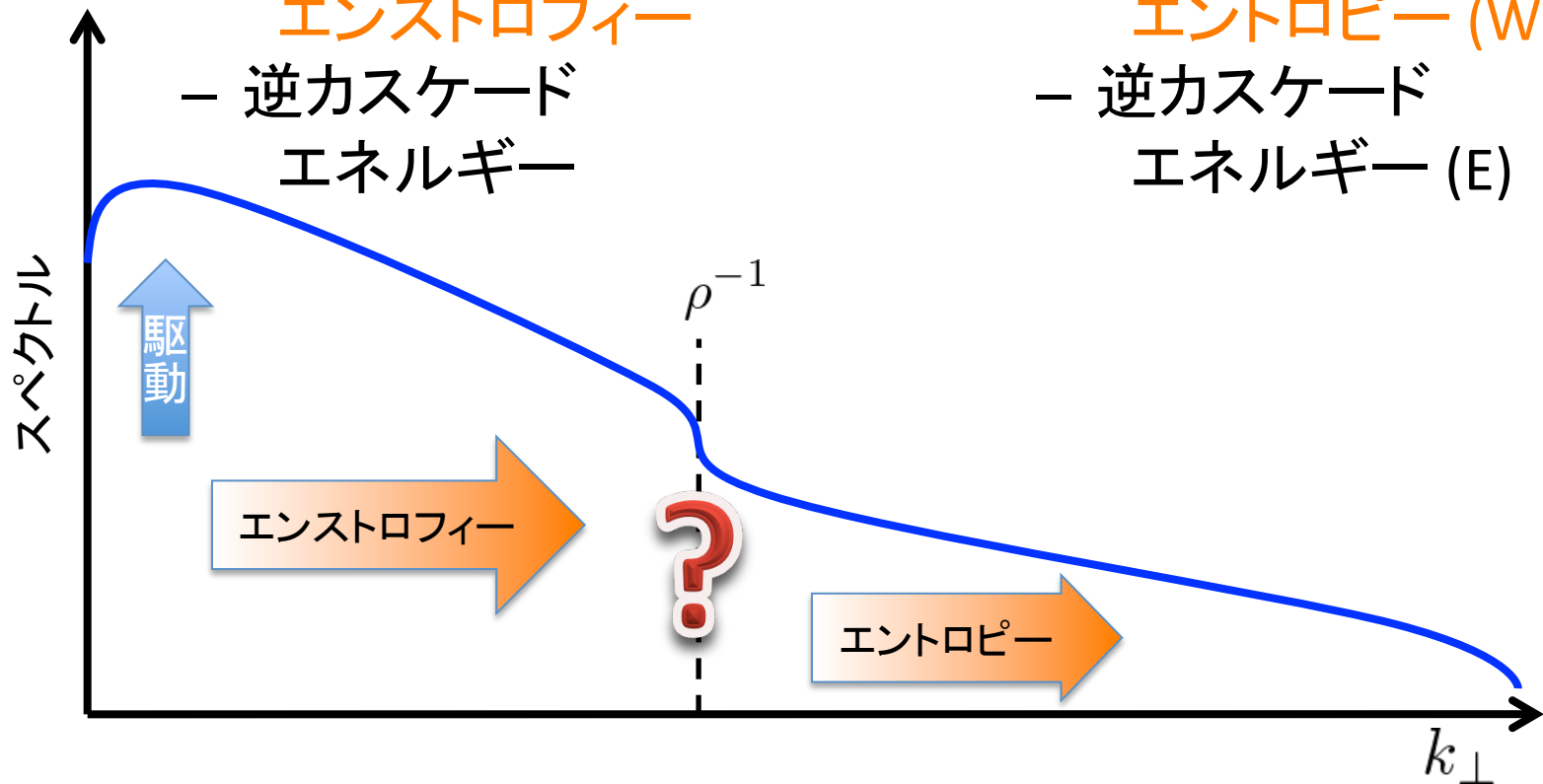
2D NS 乱流から GK 乱流へ

大スケール

- 2D **NS** 乱流
 - 順カスケード
エンストロフィー
 - 逆カスケード
エネルギー

小スケール

- 2D **GK** 乱流
 - 順カスケード
エントロピー (W)
 - 逆カスケード
エネルギー (E)



Plunk, Cowley, Schekochihin & Tatsuno, J. Fluid Mech. **664**, 407 (2010).

2D GK vs 2D 非圧縮 Euler

- 2D 非圧縮 Euler eqn.
- 2D GK eqn. ($k_{\perp} \rho \ll 1$)

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 \varphi + \{\varphi, \nabla_{\perp}^2 \varphi\} = 0$$

$$\tilde{g} := g + \frac{Q}{n_0 q} F_0 \nabla_{\perp}^2 \varphi$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial t} + \{\varphi, \tilde{g}\} = 0 \\ \int \tilde{g} \, d\mathbf{v} = 0 \end{cases}$$

- 保存量

$$\begin{cases} Z = \frac{1}{2} \int (\nabla_{\perp}^2 \varphi)^2 \, d\mathbf{r} = \text{const} \\ W_{\tilde{g}} = \int \frac{\tilde{g}^2}{2F_0} \, d\mathbf{v} \, d\mathbf{r} = \text{const} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial g}{\partial t} + \{\varphi, g\} = 0 \\ -Q \nabla_{\perp}^2 \varphi = q \int g \, d\mathbf{v} \end{cases}$$

- 保存量

$$\begin{aligned} W_g &= \int \frac{g^2}{2F_0} \, d\mathbf{v} \, d\mathbf{r} = \text{const} \\ &= Z + W_{\tilde{g}} \end{aligned}$$

大スケールでは W_g を2つに分けることができ、それぞれが別々に保存！

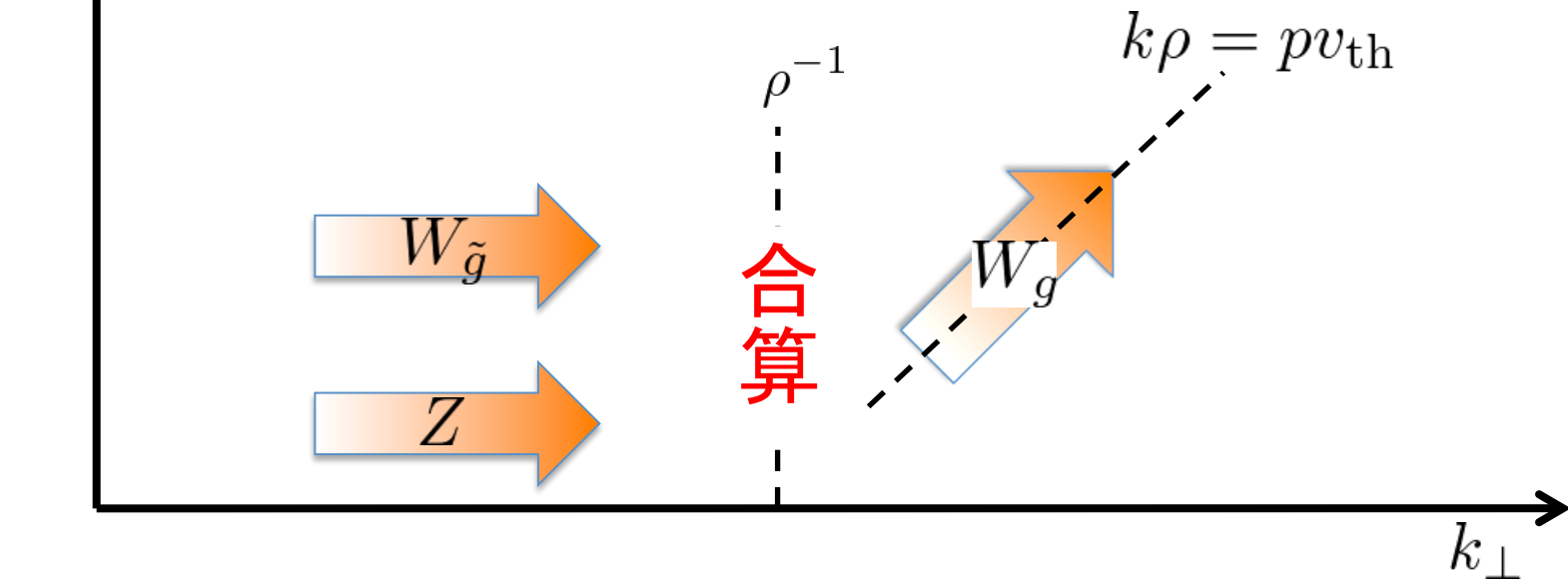
2D NS 乱流から GK 乱流へ

- NS 乱流の保存量

- GK 乱流の保存量

$$\begin{cases} Z = \frac{1}{2} \int (\nabla_{\perp}^2 \varphi)^2 d\mathbf{r} \\ W_{\tilde{g}} = \int \frac{\tilde{g}^2}{2F_0} d\mathbf{v} d\mathbf{r} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} W_g &= \int \frac{g^2}{2F_0} d\mathbf{v} d\mathbf{r} \\ &= Z + W_{\tilde{g}} \end{aligned}$$



Plunk, Cowley, Schekochihin & Tatsuno, J. Fluid Mech. **664**, 407 (2010).

まとめ

- AstroGK や GS2 を共同開発
- 磁化プラズマ中の静電乱流は位相空間内のエントロピーカスケードと理解できる.
- 乱流の波数スペクトルは Kolmogorov のスケーリング理論を拡張した理論と合う.
- 双カスケードにおける無衝突保存量の移送をシミュレーションで観測した.
- NS \rightarrow GK, GK \rightarrow NS のカスケードも矛盾なく説明できる.

まとめ

- 実験で観測？

PRL **110**, 095001 (2013)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
1 MARCH 2013

Experimental Verification of Entropy Cascade in Two-Dimensional Electrostatic Turbulence in Magnetized Plasma

Eiichirou Kawamori

Institute of Space, Astrophysical and Plasma Sciences, National Cheng Kung University, Tainan 70101, Taiwan

(Received 17 October 2012; published 26 February 2013)

The wave number spectrum (one-dimensional spectrum) of electrostatic potential fluctuations at sub-Larmor scales was measured in two-dimensional (2D) electrostatic turbulence in laboratory magnetized plasma. The spectrum at scales $k_{\perp}\rho_i > 1$, where k_{\perp} and ρ_i are the fluctuation wave number perpendicular to the magnetic field and ion Larmor radius, respectively, supports the existence of the $k^{-10/3}$ inertial range of the entropy cascade induced by nonlinear phase mixing. This indicates agreement with a theoretical prediction [A. A. Schekochihin *et al.*, *Plasma Phys. Controlled Fusion* **50**, 124024 (2008)] and the result of a 2D gyrokinetic simulation [T. Tatsuno *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 015003 (2009)]. The cutoff wave numbers of the spectrum, above which the entropy cascade is smeared by collisions, observed in this experiment were consistent with those in the theory.

今後の予定

- コードの改良

- マルチコア 対応
- GPGPU

- 物理の問題

- 3次元の位相混合シミュレーション
- 宇宙プラズマの研究, 特に電磁現象
 - 磁気リコネクション
 - 銀河降着円盤におけるドリフト運動論モデル

- コードの利用、共同開発に興味のある方は連絡を

tomo.tatsuno@uec.ac.jp