



# トカマクRMP実験における 新古典トロイダル粘性計算法の開発

核融合科学研究所  
核融合理論シミュレーション研究系  
佐竹 真介

2013年3月4～6日 第16回若手科学者によるプラズマ研究会  
@原研機構 那珂研究所

研究協力者: H. Sugama, R. Kanno, S. Matsuoka, Y. Suzuki (NIFS)  
G. Matsunaga, M. Honda (JAEA)  
J.-K. Park (PPPL)  
その他多くの方々

# OUTLINE

1. トカマクRMP実験における新古典トロイダル粘性評価手法の必要性
2. FORTEC-3D新古典輸送コードを用いた新古典トロイダル粘性の評価法
3. コードの検証とNTVの基礎研究(径電場の影響)
4. トカマクRMP実験解析への応用に向けた取り組み

## トカマクにおける非軸対称性

- トカマク磁場はトロイダル対称

⇒ 良い(高エネルギー)粒子閉じ込め、速いプラズマ回転、解析が容易

- 実際には、様々な要因による微弱な非軸対称性成分がある。

toroidal ripples, MHD modes, resonant magnetic perturbation (RMP) coils, など.  $\delta B/B_0 = O(10^{-3} \sim 10^{-4})$

- ELM制御にRMPを使う実験が現在、多くのトカマクで研究されている。
- しかし、非軸対称性によって生じる**新古典トロイダル粘性(NTV)**によって、トロイダル回転が強く減衰を受ける。(JET, DIII-D, NSTX等)
- トカマクにおけるトロイダル回転はRMW等、他のMHD不安定性とその抑制に重要。
- 外部摂動ありのMHD平衡を考えるためにも、新古典粘性が必要。



**微小摂動磁場がプラズマ回転と減衰に与える影響を予測、制御するために、新古典トロイダル粘性を高精度に評価する計算手法の開発が必要とされている。**

# 非軸対称プラズマ用新古典輸送コードのNTV計算への応用

- ◆ ヘリカル型プラズマのような3次元磁場配位における新古典輸送計算のために開発された**FORTEC-3D**コードをトカマクのNTV計算に応用する。
- ◆ この  $\delta f$ 法モンテカルロコードはドリフト運動論方程式を数值的に解く。新古典粘性は ガイディングセンター分布関数の摂動部  $\delta f$  より直接的に評価される。
- ◆ 従来の解析的な新古典輸送計算で用いられる近似(大アスペクト比、ゼロ軌道幅極限、バウンス平均、簡略化クーロン衝突項、...)を使わない。また、実験条件に近い複雑な磁場配位で計算可能。

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_d) \cdot \nabla + \dot{\mathcal{K}} \frac{d}{d\mathcal{K}} \right] \delta f - C_{TP}(\delta f) = - \left[ \mathbf{v}_d \cdot \nabla + \dot{\mathcal{K}} \frac{d}{d\mathcal{K}} - \mathcal{P} \right] f_M$$

$$\delta f(\mathbf{x}, \mathcal{K} = \frac{mv^2}{2}, \mu = \frac{mv_{\perp}^2}{2B}) = f - f_M$$

- 有限軌道幅効果
- 摂動磁場による磁場ドリフトと摂動分布関数の高次のカップリング

保存型線形化衝突項

# $\delta f$ シミュレーションにおける圧力テンソルとNTVの評価法

ガイディングセンター分布関数:  $f = f_M(\psi, v) + \delta f(\psi, \theta, \zeta, v_{\parallel}, v_{\perp})$

$$\Rightarrow \overleftrightarrow{\mathbf{P}} = p_0(\psi) \overleftrightarrow{\mathbf{I}} + \delta P_{\parallel} \mathbf{b}\mathbf{b} + \delta P_{\perp} (\overleftrightarrow{\mathbf{I}} - \mathbf{b}\mathbf{b}).$$

磁気面平均  $\Rightarrow \langle \mathbf{e}_{\zeta} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{P}} \rangle = \frac{1}{2} \langle \frac{\partial}{\partial \zeta} \delta P \rangle,$

ただし  $\delta P = \delta P_{\parallel} + \delta P_{\perp} = m \int d^3v (v_{\parallel}^2/2 + v_{\perp}^2) \delta f.$

Solution of  $\delta f$  from FORTEC-3D

直接  $\partial \delta P / \partial \zeta$  を数値的に評価するのではなく、FORTEC-3D では磁場が Boozer 座標系におけるフーリエスペクトルとして与えられていることを利用する。

$$B(\psi, \theta, \zeta) = B_0 \left[ 1 - \sum_{m \geq 1} \epsilon_m(\psi) \cos(m\theta) + \sum_{m \geq 0, n \neq 0} \delta_{m,n}(\psi) \cos(m\theta - n\zeta) \right]$$

NTVは以下のように(m,n)成分ごとに分解した形で求めることができる。

$$\langle \mathbf{e}_{\zeta} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{P}} \rangle = \sum_{m,n} \langle \mathbf{e}_{\zeta} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{P}} \rangle_{m,n} = B_0 \sum_{m,n} n \delta_{m,n} Q_{m,n} .$$

$$Q_{m,n} \equiv \left\langle \frac{\delta P}{B} \sin(m\theta - n\zeta) \right\rangle .$$

●トロイダル回転の時間発展:

$$\sum_a \left\langle \frac{\partial}{\partial t} \mathcal{L}_{\zeta}^a \right\rangle = \sum_a \left( - \langle \mathbf{e}_{\zeta} \cdot \nabla \cdot \overleftrightarrow{\mathbf{P}} \rangle^a + T_{\zeta}^a \right) - \langle \mathbf{J} \times \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_{\zeta} \rangle .$$

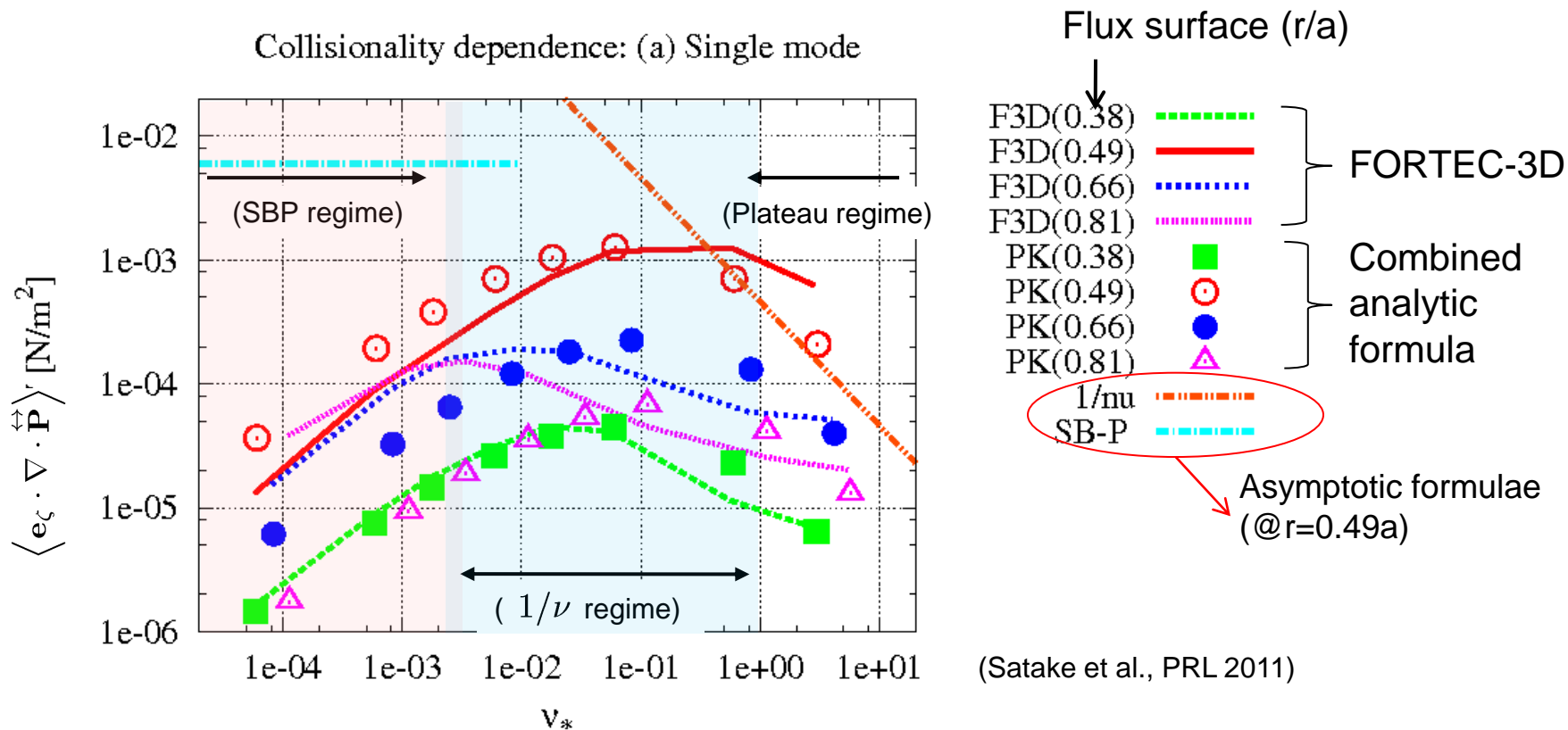
$\langle \mathcal{L}_{\zeta} \rangle \equiv \langle m n \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_{\zeta} \rangle$

ext. torque

$\mathbf{J} \times \mathbf{B}$  torque

NTV torque

# NTV の衝突周波数依存性 ( $E_r = 0$ limit)



□ Single-helicityの磁場摂動成分  $(m,n)=(7,3)$  をトカマク磁場に重畳。  
共鳴磁気面 ( $q=7/3$ 有理面) が  $r/a=0.49$ にある。

□ Parkの考案した広い衝突周波数に適用可能な **combined formula** とよい一致がみられた。

□ 漸近極限的な従来の解析解は  $\nu_* \ll 1$  でNTVを過大評価。

## Benchmark of NTV : Finite- $E_r$ case

### $E \times B$ 回転ありの場合、どう解析解と比較するか？

Park's formula (bounce-average DKE for trapped particles)

$$\langle \mathbf{e}_\zeta \cdot \nabla \cdot \mathbf{\Pi} \rangle \simeq -\frac{\sqrt{\epsilon} p u_l^\zeta}{\sqrt{2} e \pi^{3/2} R_0} \sum_l \sum_{nmm'} \int_0^1 d\kappa^2 \delta_{l;mm'n}^2(\kappa) \int_0^\infty dx \mathcal{R}_{1l}(x),$$

$$\mathcal{R}_l(x) \sim \frac{\omega_b \nu_K}{[l\omega_b - n(\omega_E + \omega_B)]^2 + \nu_K^2}, \quad A_1 = \frac{d \ln p}{d\chi} + \frac{e}{T} \frac{d\Phi}{d\chi}, \quad A_2 = \frac{d \ln T}{d\chi}$$

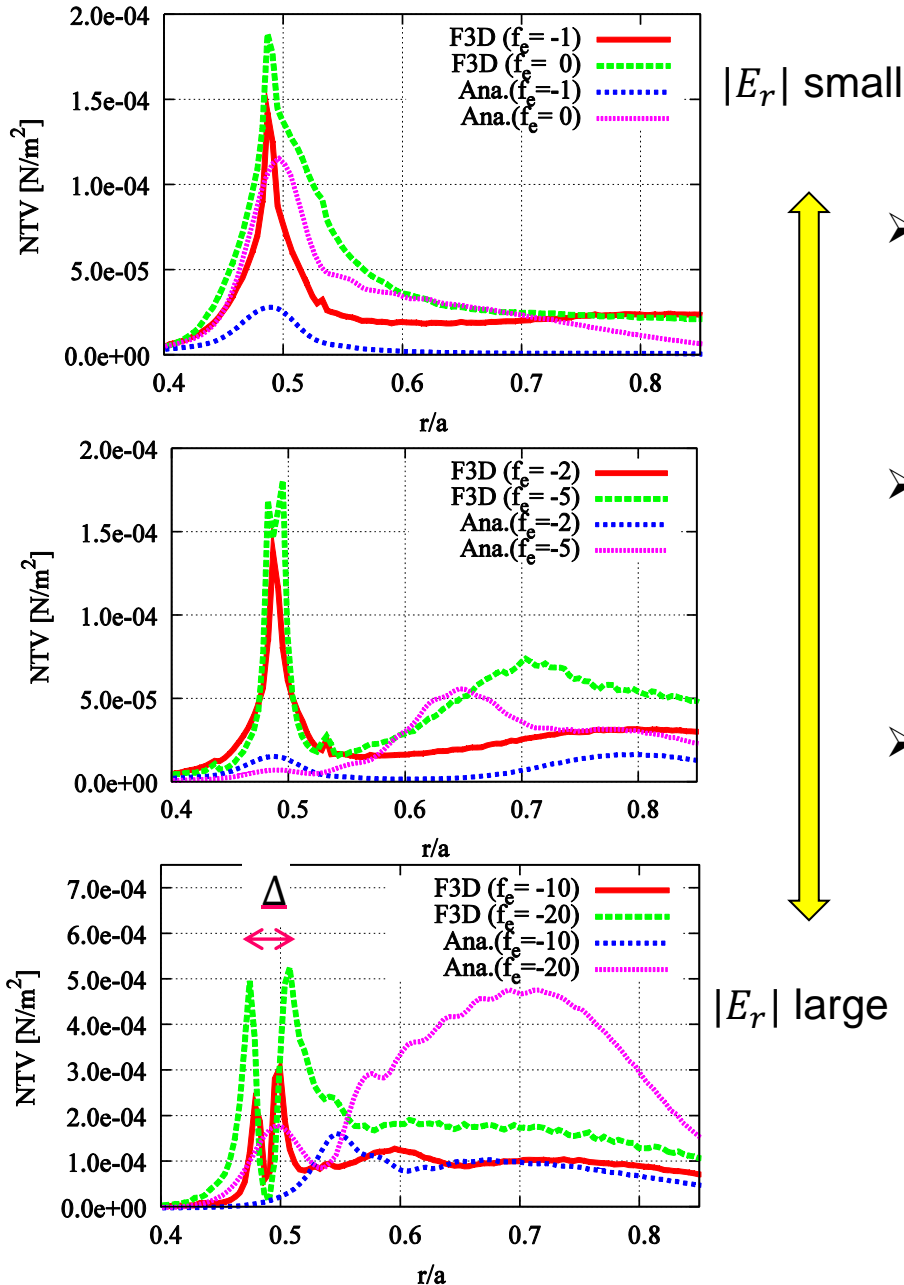
$$u_l^\zeta \equiv u^\zeta \left[ \frac{T}{e} \left[ k + \frac{\int dx \mathcal{R}_{2l}(x)}{\int dx \mathcal{R}_{1l}(x)} \right] A_2, \quad R_{2l}(x) \equiv (x - 5/2) R_{1l}(x), \right.$$

$$u^\zeta = -T(A_1 - kA_2)/e \quad \leftarrow \text{Radial force balance relation より}$$

NTVは  $l\omega_b - n(\omega_E + \omega_B) \approx 0$  が満たされる時に大きくなる。(resonance)

- Parkの解析解で使われている近似  $k(\epsilon_t, \nu_*) \approx 1$  から計算結果の比較に入る不確か性を避けるために  $A_2 \propto dT/dr = 0$  の分布をベンチマークに使う。
- FORTEC-3Dでは、 $E_r$  分布を  $u_\zeta \simeq 0$  を仮定したForce balanceより、 $E_r = \frac{T_i}{e} \frac{d}{d\chi} \ln n_i$  と与える。この  $E_r = E_{r0}$  を径電場のreference profileとする。
- NTV の  $E_r$ -依存性を調べるために、 $E_{r0}$  を  $\pm 1, \pm 2, \dots$  倍した分布を使ってパラメータサーベイ。

# Comparison of the NTV radial profile in Finite- $E_r$ cases



- FORTEC-3D と combined analytic formula は  $|E_r/E_{r0}|$  が小さい場合、あるいは共鳴有理面から離れた磁気面において定性的な一致をみた。
- 径電場を大きくすると、NTVにDouble peak構造がFORTEC-3Dの結果にのみ見られた。  $q=7/3$  の共鳴有理面におけるピークは  $|E_r/E_{r0}|$  が大きくなると消える。
- ダブルピークの幅はバナナ軌道幅よりずっと大きい(有限軌道幅効果によるものではない)。また、ピーク幅  $\Delta \propto |E_r|/B$  であることがシミュレーションから示された。



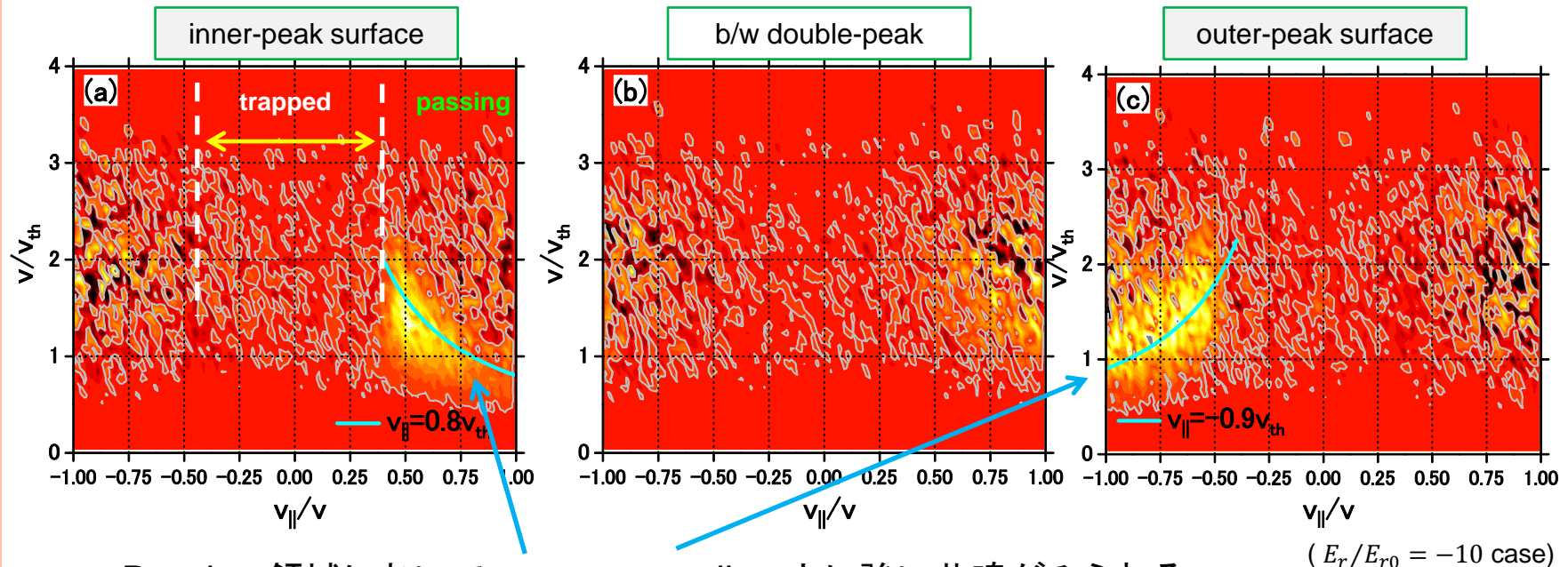
# Passing particle resonance makes the double-peak of NTV

FORTEC-3DにおけるNTVの評価法:

$$\langle e_{\zeta} \cdot \nabla \cdot \mathbf{P} \rangle = \sum_{m,n \neq 0} \langle e_{\zeta} \cdot \nabla \cdot \mathbf{P} \rangle_{m,n} \equiv B_0 \sum_{m,n \neq 0} n \delta_{m,n} Q_{m,n},$$

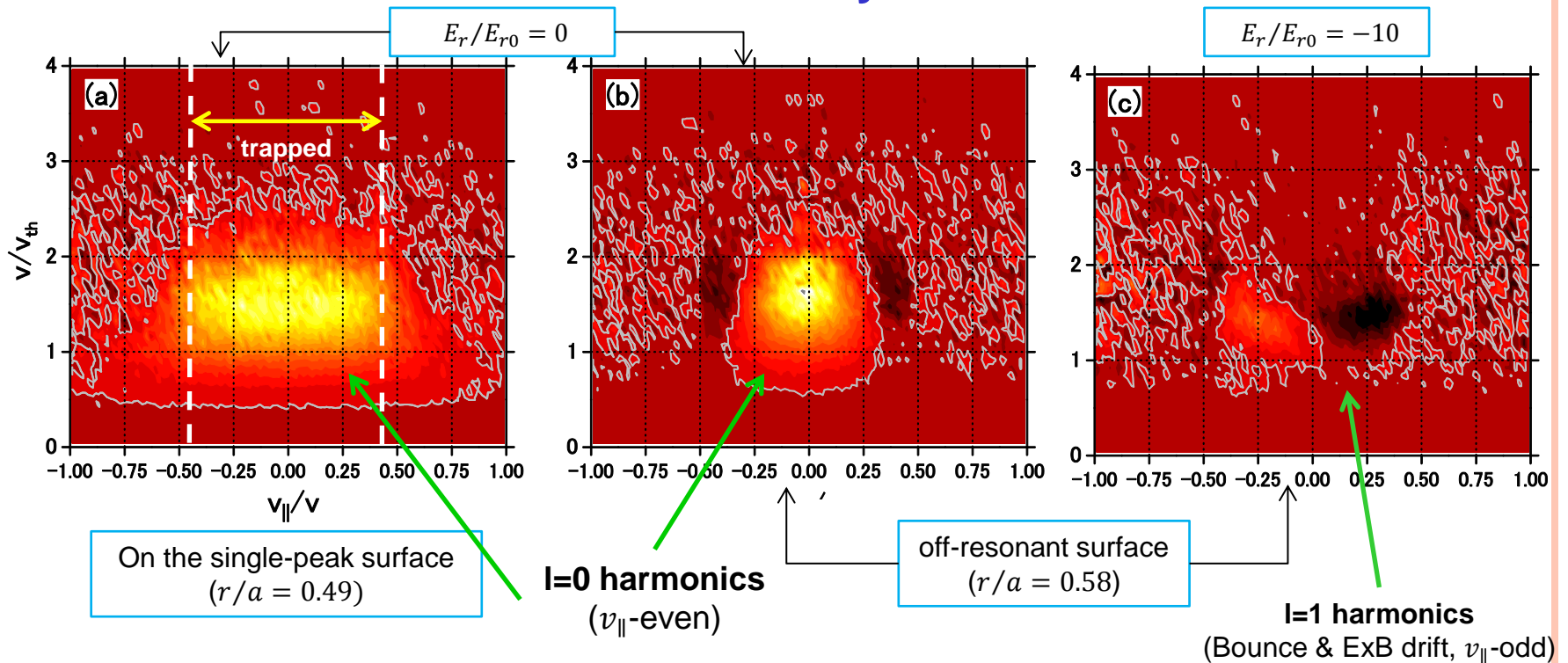
$$Q_{m,n} \equiv \left\langle \frac{\delta P}{B} \sin(m\theta - n\zeta) \right\rangle = \frac{1}{V'} \oint d\theta \oint d\zeta \frac{J_B}{B} \sin(m\theta - n\zeta) M_i \int d^3v \delta f \left( v_{\parallel}^2 + \frac{v_{\perp}^2}{2} \right). \quad dQ_{m,n}$$

どんな軌道の粒子が double-peak NTV に寄与しているかを見るために、非積分関数  $dQ_{m,n}$  を速度空間  $(v_{\parallel}/v, v/v_{th})$  at  $\theta \cong 0$  で観測する。



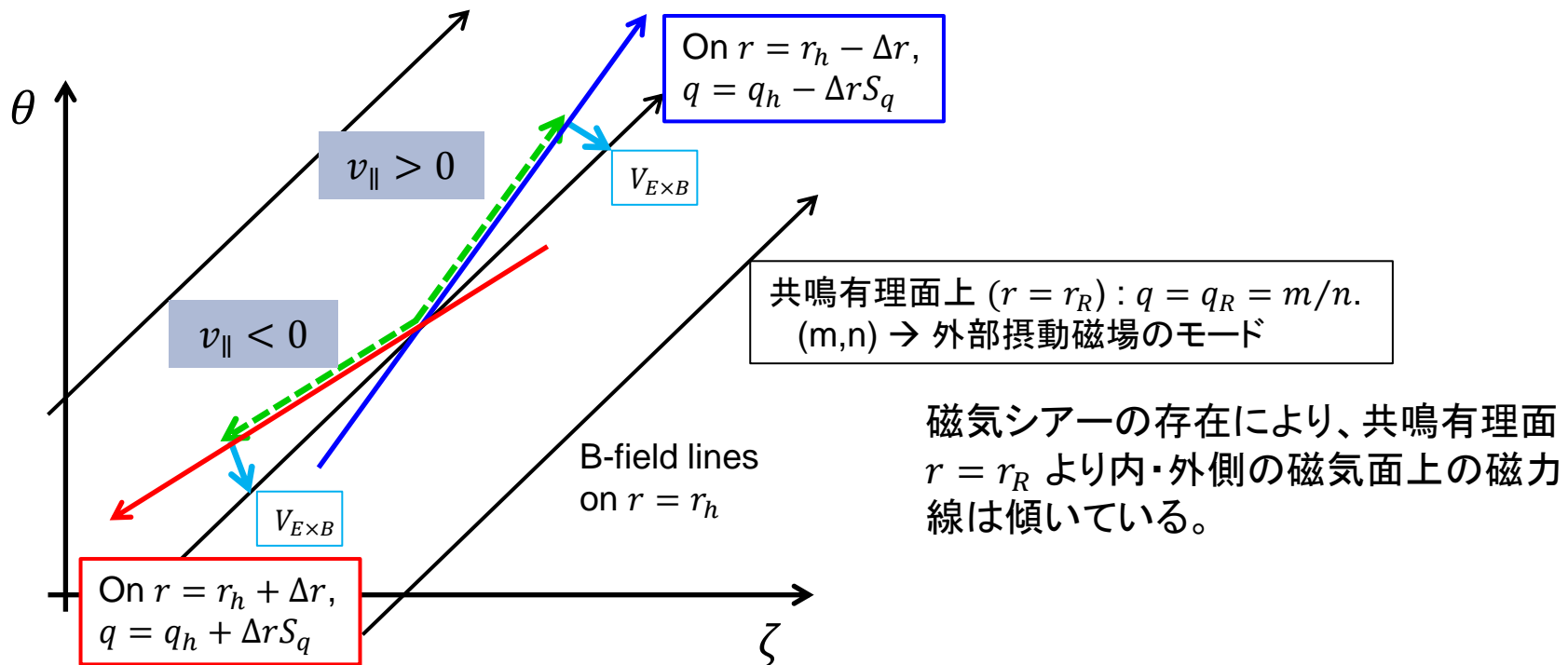
- Passing 領域において、 $v_{\parallel} = \text{const.}$  line 上に強い共鳴がみられる。
- 共鳴する  $v_{\parallel}$  の符号は内側・外側のピーク逆符号となっている。
- この符号は与えた  $E_r$  の正負によっても逆転する。

# Trapped particle harmonics resonance is observed both in FORTEC-3D and the combined analytic formula



- $E_r \approx 0$ の場合, single peak の NTVが共鳴磁気面上の補足粒子のresonanceから形成される。パッシング粒子の寄与は小さい。
- 非共鳴有理面では、NTV は径電場の大きさによらず補足粒子の寄与から決まる。
- Parkの解析モデルで予測される  $l = 0$  ( $E_r \approx 0$ ) と  $l = 1$  ( $|E_r/E_{r0}| \gg 1$ ) タイプの補足粒子の共鳴が、FORTEC-3D シミュレーション結果でも観測することができた。

# The passing particle resonance condition (1)



- もし  $E \times B$  ドリフトが十分大きくて、 $r = r_R \pm \Delta_r$  上の  $v \approx v_{th}$  のパッシング粒子のドリフト運動  $v_{\parallel} \mathbf{b} + \mathbf{v}_{E \times B}$  が共鳴有理面上の磁力線  $q = m/n$  に沿う形になると、そのような粒子は磁場摂動  $\delta B_{m,n} \propto \cos(m\theta - n\zeta)$  に対して常に同じ位相を感じ続ける。
- そのような共鳴条件が満たされると、パッシング粒子は摂動磁場によって強く軌道が乱され、結果として径方向の新古典輸送やNTVに大きく寄与する。
- パッシング粒子の共鳴はバウンス平均を用いる従来の解析解では無視されている。

## The passing particle resonance condition (2)

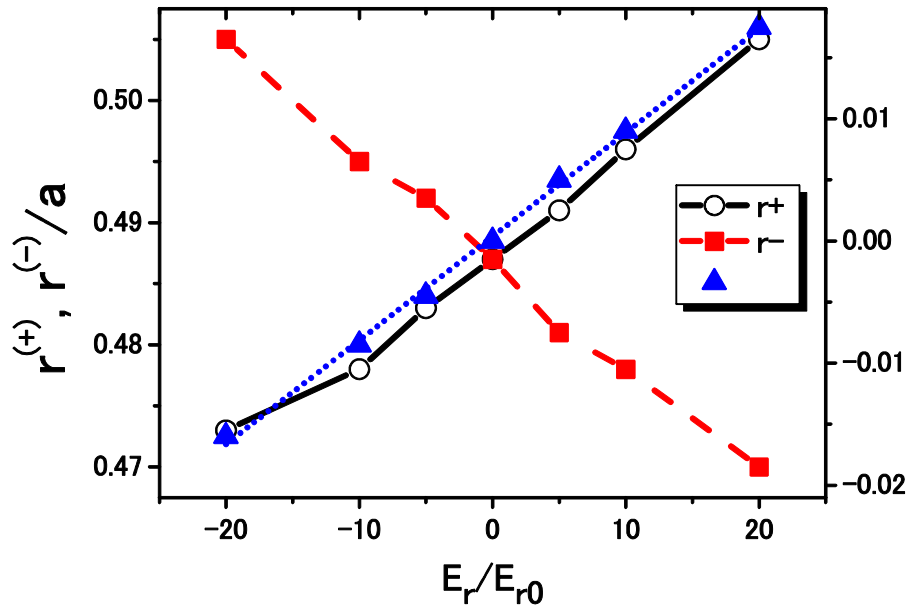


Fig: Position of the double-peak and the distance  $\Delta\rho = [r^{(+)} - r^{(-)}] / 2a$



Linear dependence on  $E_r$

Passing-resonant condition :

$$q(nq - m)\omega_{tr} = m\omega_E \quad (\text{on } \rho = \rho_h \pm \delta\rho)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m\dot{\theta} = n\dot{\zeta} \\ \dot{\theta} = \omega_{tr} + \omega_E/q \\ \dot{\zeta} = q\omega_{tr} \end{array} \right.$$

Linear expansion :  $q(r + \Delta r) \simeq q_h + \Delta r S_q \quad \longrightarrow \quad \Delta\rho \simeq -\sigma_{\parallel} \frac{E_r q_h R_0}{a S_q r_h B_0 v_{th}}$

From simulation :  $d(\Delta\rho)/d(E_r/E_{r0}) \simeq \sigma_{\parallel} 8.0 \times 10^{-4}$

From analysis :  $d(\Delta\rho)/d(E_r/E_{r0}) \simeq \sigma_{\parallel} 7.1 \times 10^{-4}$

Good agreement!

## トカマク RMP実験解析への応用に向けた取り組み

- 新古典粘性計算法の検証はトカマクだけでなくLHDのバイアス実験結果との比較などを通じて慎重に Validation & Verification を進めてきた。
- Local版 $\delta f$ 新古典コード(POCA, PPPL)でもFORTEC-3Dと同様の結果が得られており、DIII-D及びNSTXにおけるRMP実験解析への応用も進み始めている。
- ParkのNTVの解析解にもPassing resonanceの効果を取り込むことを検討している。(定性的な評価を高速に行うため)
- JT-60SAやITERで計画されているRMP実験に向けて、FORTEC-3Dを将来の実験シナリオ立案・予測に役立てられるように更なる拡張を計画している。
  - Single-null, double-null どちらにも対応できるように、上下非対称的な磁場配位も計算可能なようにする。
  - DDプラズマだけでなくDTプラズマにも対応できるように多イオン種化。
  - トロイダル回転分布を入力として指定できるようにする。
  - イオンと電子を両方FORTEC-3Dで扱い、非軸対称磁場がある場合のトカマクの両極性条件を研究。
  - プラズマの応答を考慮した摂動ありのMHD平衡磁場計算コードの結果をFORTEC-3Dで利用可能にする。
  - RMPだけでなくトロイダルリップルによるNTVも計算。

☆やるべきことが山積なので、研究に協力していただける方は大歓迎です。

## 仮想 JT-60SA RMP実験配位でのテスト計算例 (1)

トロイダルリップル( $n=18$ ,  $\delta B/B_t \sim 10^{-5}$ )ありのMHD平衡(ただし上下対称)に、 $m=1,2,3$ ,  $n=3$  の摂動磁場成分を重畳して計算。

$m=1,2 \rightarrow$  non-resonant

$m=3 \rightarrow$  resonant at  $r/a=0.4$

径電場はゼロで固定。比較として、RMPなしでトロイダルリップルのみの計算( $E_r = 0$ 及び $\Gamma_i = 0$ となる両極性電場を解いたもの)も行った。

(都合により図は削除)

## 仮想 JT-60SA RMP実験配位でのテスト計算例 (2)

(都合により図は削除)

- NTVをフーリエ成分毎にプロットすると、 $m=3$ 成分が共鳴有理面で強くピークしていることがわかる。
- 磁気軸近くで $q=2/3$ に近い $m=2$ 成分のNTVがブロードに強くなっている。
- 最外殻側では $n=18, m=1, 2, \dots$ のリップル成分からのNTVへの寄与が無視できない(特に高- $m$ モード)。
- $m=3$ 成分のみ入れた計算と比較してみると、NTVのピーク構造に違いが見られる。
- Multi-helicity の場合、 $m, m \pm 1$ の磁場摂動と元々ある $(m, n=1, 0)$ のtoroidicityとの3成分の間でカップリングが起きてNTVの径分布が変わることが以前のベンチマークから示唆されている。