フィッシュボーン振動のシミュレーション研究

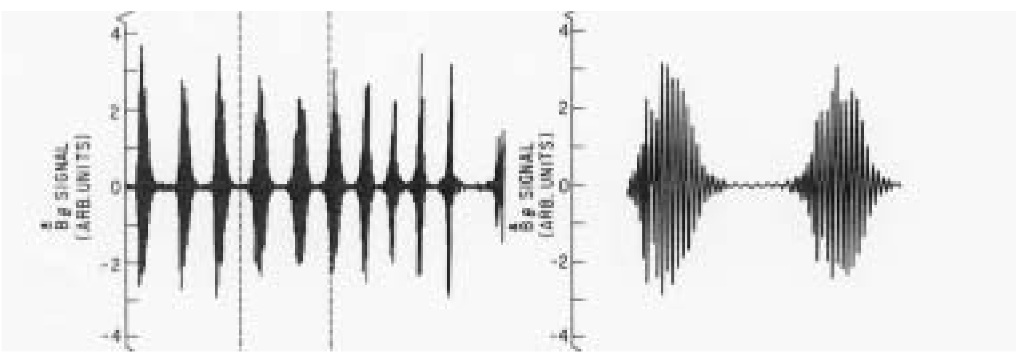
総合研究大学院大学
核融合科学専攻
Ｄ２　　塩崎　優

背景

プリンストン大学のPDX tokamakでNBI 入射実験を行った際、ポロイダル磁場の激しい振動とともに入射粒子の散乱が観測された。（1983年　McGuire et al ）

以来、NBI入射実験を行うと必ずあるパラメータ領域で観測され、加熱効率を悪化させる可能性があるため、今まで様々な視点から研究されてきた。

しかし、非線形段階を含むself-consistent な研究はまだ行われていず、特に飽和機構や粒子輸送の詳しい解明には至っていない。



フィッシュボーン振動

ポロイダル磁場の時間発展の形状が“魚の骨”に似ていることから
命名された。

precessional フィッシュボーン

高エネルギー粒子が歳差運動をしながらトーラスを周回する際
Alfven波を共鳴励起し、その結果（1，1）モードが不安定になったもの。
dampingよりもモードをDriveするエネルギーが
大きい時に生じる。

反磁性ドリフトフィッシュボーン

高エネルギー粒子の速度があまり速くないときでも、モードの
周波数がthermal ionの反磁性ドリフト周波数に近い時
Alfven continuumはこの影響を受け、
反磁性ドリフトフィッシュボーンと呼ばれるfishbone-likeなモードが
生じる。

目標

今回は"precessional フィシュボーンモード"の主に線形段階について調べた。

- フィッシュボーンのモード構造、周波数がどのように時間発展していくか明らかにする。

- また、フィッシュボーンモードの飽和機構、高エネルギー粒子の輸送機構をモード構造の視点から明らかにする。

シミュレーションモデル

Bulk plasma　・・・　**Ideal MHD e.q.**を時間、空間に関して４次の有限差分で解いている。
時間発展に関しては**Runge-Kutta**法を採用。
境界条件としては完全導体壁を用いている。

（今回は抵抗、粘性を0として計算）

Current density　を通して結びつける

Energetic ions　・・・　**Drift-kinetic e.q.**をDelta-f 法を使って解いている。

（衝突項は含んでいない）

Ideal MHD part

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$$

連続の式

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$$

背景プラズマの運動方程式

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E}$$

Maxwell e.q.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot (p \mathbf{v}) - (\gamma - 1) p \nabla \cdot \mathbf{v}$$

断熱変化

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

オームの法則（抵抗＝０）

Energetic-particle part

Using drift-kinetic e.q.

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_{\parallel}^{*} + \mathbf{v}_{E} + \mathbf{v}_{B}$$

案内中心速度

$$\left\{\begin{aligned} \mathbf{v}_{\parallel}^{*} &= \frac{\mathbf{v}_{\parallel}}{B}[\mathbf{B} + \rho_{\parallel} B \nabla \times \mathbf{b}] \\ \mathbf{v}_{E} &= \frac{1}{B}[\mathbf{E} \times \mathbf{b}] \\ \mathbf{v}_{B} &= \frac{1}{q_{ener} B}[-\mu \nabla \mathbf{B} \times \mathbf{b}] \end{aligned}\right.$$

磁力線方向の速度

$$\rho_{\parallel} = \frac{m_{ener} v_{\parallel}}{q_{ener} B} \qquad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B}$$

$E \times B$ ドリフトによる速度

∇B ドリフトによる速度

Energetic-particle part

$$m_{ener}\mathbf{v}_{\parallel}\frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt}=\mathbf{v}_{\parallel}^{*}\cdot[q_{ener}\mathbf{E}-\mu\nabla\mathbf{B}]$$

Energetic particlesの運動方程式

$$\mathbf{j}_{ener}=\int u(v_{\parallel},v_{E},v_{B})fd^{3}\mathbf{v}+\nabla\times\mathbf{M}$$

Energetic particle の電流密度

$$\nabla\times\mathbf{M}=-\int\mu\mathbf{b}fd^{3}\mathbf{v}$$

Energetic particle の磁化電流

$$\rho\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}+\rho\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}=(Q-\underline{Q_{ener}})\mathbf{E}+\left(\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\mathbf{B}-\underline{\mathbf{j}_{ener}}\right)\times\mathbf{B}-\nabla p$$

高エネルギー粒子からくる
背景プラズマの運動方程式に加えられる修正項

背景プラズマの運動方程式（Energetic Particleを含んだ）

$$\rho\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}+\rho\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}=(\cancel{Q}-\cancel{Q_{ener}})\mathbf{E}+\left(\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\mathbf{B}-\cancel{\mathbf{j}_{ener}}\right)\times\mathbf{B}-\nabla p$$

更に、準中性条件が満たされるとき、Q＝0としてよく、

また、$-Q_{ener}\mathbf{E}$ と $-\mathbf{j}_{ener}$ の $\mathbf{v}_E=\frac{1}{B}[\mathbf{E}\times\mathbf{b}]$ の項が打ち消しあって

最終的に、背景プラズマの運動方程式は

$$\rho\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}+\rho\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v}=\left(\frac{1}{\mu_0}\nabla\times\mathbf{B}-\mathbf{j}'_{ener}\right)\times\mathbf{B}-\nabla p$$

$$\begin{aligned}\mathbf{j}'_{ener}&=\int(\mathbf{v}_{\parallel}^{*}+\mathbf{v}_{\mathbf{B}})fd^{3}\mathbf{v}+\nabla\times\mathbf{M}\\&=\mathbf{j}_{ener_{\parallel}}+\frac{1}{B}(P_{ener\parallel}\nabla\times\mathbf{b}-P_{ener_{\perp}}\nabla\ln\mathbf{B}\times\mathbf{b})\quad-\nabla\times\left(\frac{P_{ener_{\perp}}}{B}\mathbf{b}\right)\end{aligned}$$

背景プラズマの初期条件

ここでNBIを打ち込んだ際、高エネルギー粒子の初期圧力を
等方的と仮定すると、更に簡略化されて

（本来は**nearly perpendicular injection**だが）

$$P_{ener\parallel} = P_{ener\perp} = P_{ener}$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v} + \rho\mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v} = \frac{1}{\mu_0}\left(\nabla\times\mathbf{B}\right)\times\mathbf{B} - \nabla P_{ener} - \nabla p$$

Energetic particle の電流密度は

高エネルギー粒子の圧力を通して

$$\mathbf{j}'_{ener} = \int (\mathbf{v}^*_{\parallel} + \mathbf{v}_{\mathbf{B}}) f d^3\mathbf{v} + \nabla \times \mathbf{M}$$

$$= \mathbf{j}_{ener_{\parallel}} + \frac{1}{B}\left(\underline{P_{ener_{\parallel}}} \nabla \times \mathbf{b} - \underline{P_{ener_{\perp}}} \nabla \ln \mathbf{B} \times \mathbf{b}\right) - \nabla \times \left(\frac{\underline{P_{ener_{\perp}}}}{B} \mathbf{b} \right)$$

と評価される

$$\begin{cases} \underline{P_{ener_{\parallel}}} = P_{ener_{\parallel}0} + \sum_j w_j m_{ener} v^2_{\parallel j} S(\mathbf{x} - \mathbf{X}_j) \\ \underline{P_{ener\perp}} = P_{ener\perp 0} + B \sum_j w_j \mu_j S(\mathbf{x} - \mathbf{X}_j) \end{cases}$$

δ f法によるEnergetic particleの時間発展

$$\frac{d}{dt}w_j = -(1-w_j)\left[(\mathbf{v}_E + v_\parallel \delta\mathbf{b})\cdot\nabla + \left(\frac{dv_\parallel}{dt}\right)_1 \frac{\partial}{\partial v_\parallel}\right]\ln f_0$$

粒子の平衡分布からのずれ（δ f）を“重み関数w”を通して表し、
その時間発展を解いている。

$$\left(\frac{dv_\parallel}{dt}\right)_1 = \left[\mathbf{b} + \rho_\parallel \nabla\times\mathbf{b}\right]\cdot\left[\frac{q}{m}\mathbf{E}\right] + \delta\mathbf{b}\cdot\left[-\frac{\mu}{m}\nabla B\right]$$

$$\delta\mathbf{b} = \mathbf{b} - \mathbf{b}_0$$

TFTRにおけるTAEモードのシミュレーションパラメータ

大半径　　　**2.52 [m]**

小半径　　　**0.90 [m]**

アスペクト比　**2.8**

磁場強度　　　**5 [T]**

密度　　$3.5\times10^{19}[1/m^3]$

背景プラズマ　　**D + T**　　（成分比　1 : 1）

高エネルギー粒子　α粒子（**3.5MeV** 相当）

α粒子の速度空間分布：　**slowing down** 分布

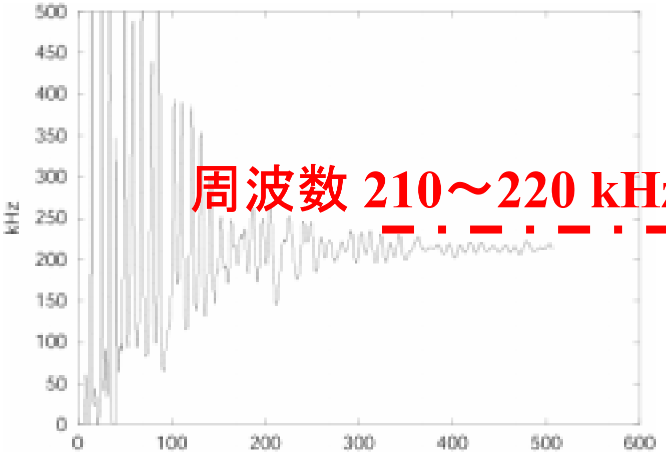
α粒子 の圧力分布：　**Gaussian** 分布

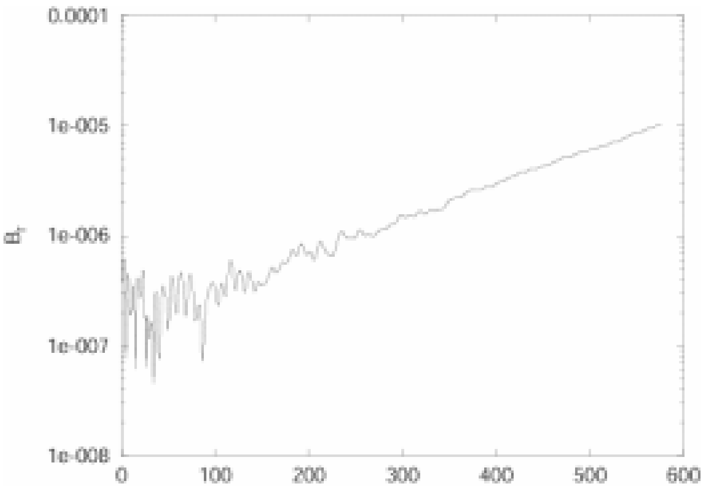
線形成長率の評価
TAEモード(m,n=6,4)

求めたい $\beta_\alpha = 0.06(\%)$ の値が低すぎて線形成長が得られない場合

β_α 値を何倍かして、成長率を評価し逆算する。

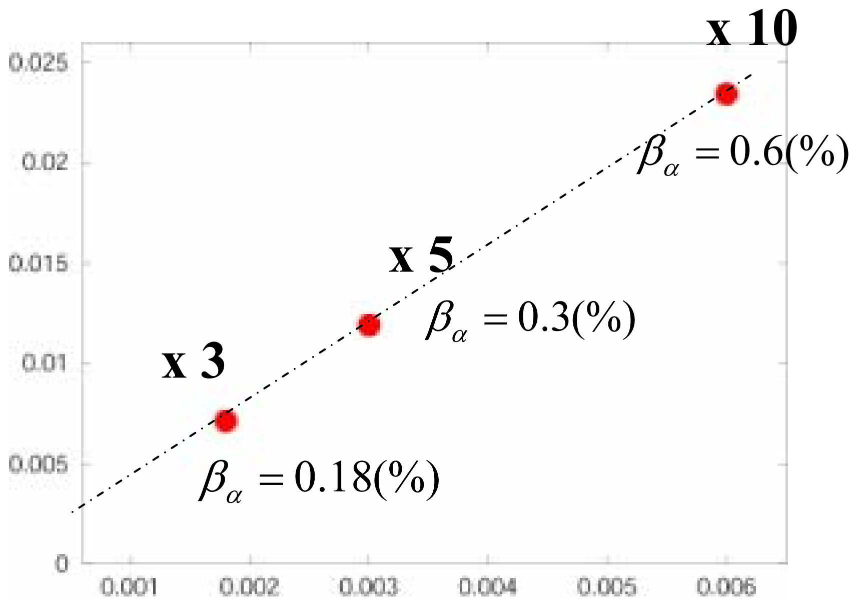
$\beta_\alpha = 0.18(\%)$





$\omega_A t$

γ



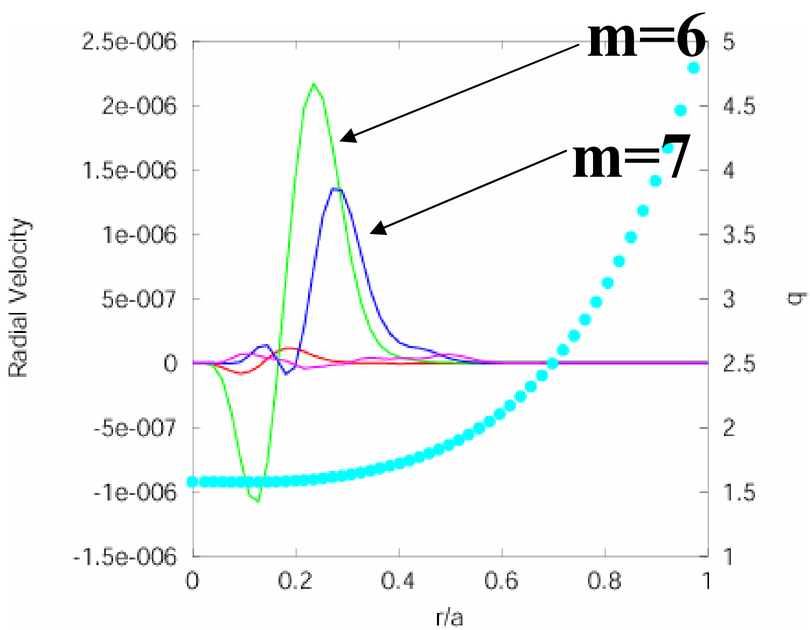
β_α

NOVA-Kとの比較 TAEモード(m,n=6,4)

$\beta_\alpha = 0.06(\%)$ での線形成長率

Hybrid-code $\dfrac{\gamma_L}{\omega} = 0.0088$ **NOVA-K** $\dfrac{\gamma_L}{\omega} = 0.011$

$\beta_\alpha = 0.18(\%)$ での**Radial Velocity**



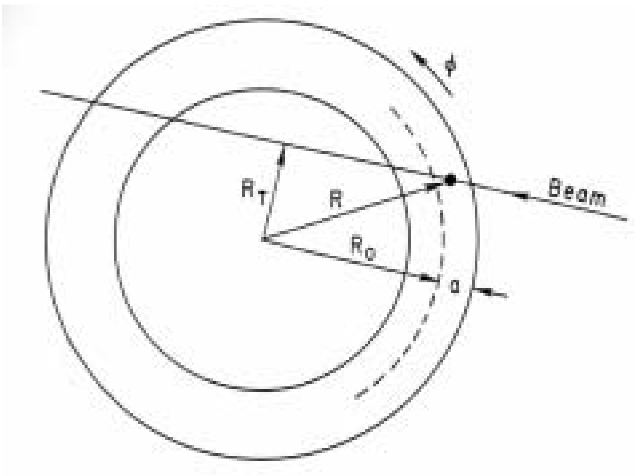
線形段階での**radial velocity**
m,n=6,4及び**m,n=7,4**が**dominant**

Radail Velocity は径方向**1/3～1/4**
周辺でピークとなった。

周波数はα粒子のβ値に
ほとんど依存せず**210~220 kHz**
となった。

PDX tokamakについてのシミュレーションパラメータ

円形断面で
アスペクト比は約３のトカマク



大半径　:　1.43 [m]
小半径　:　0.44 [m]

磁場強度　:　1.5 [T]　(at axis)

密度　:　$5.0\times10^{19}[1/m^3]$

背景プラズマ　:　H+, electron

入射ビーム　:　D0

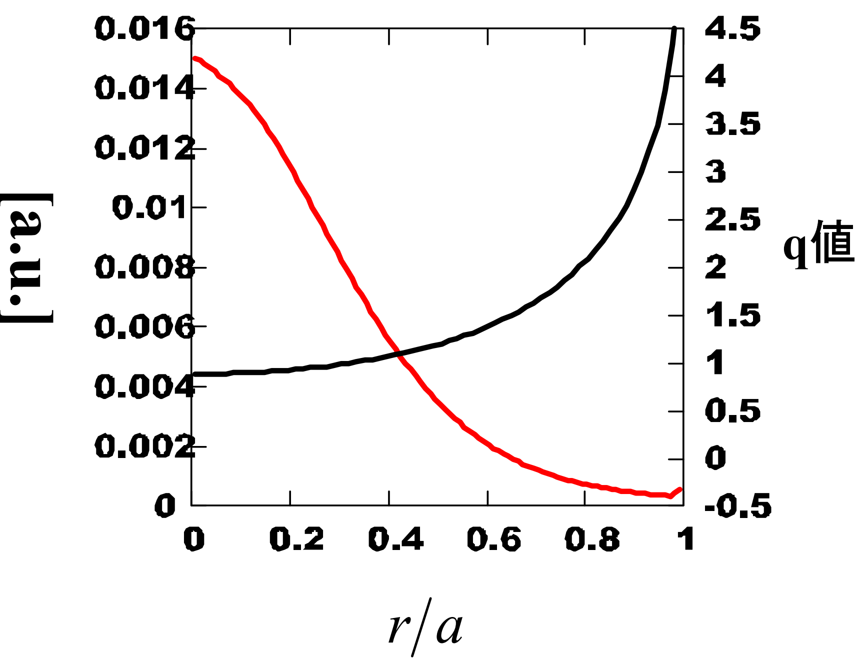
NBI入射方向　:　nearly perpendicular (実験)
isotropic pressure (シミュレーションでの初期分布)

Energetic particle の速度空間分布 :　slowing down 分布

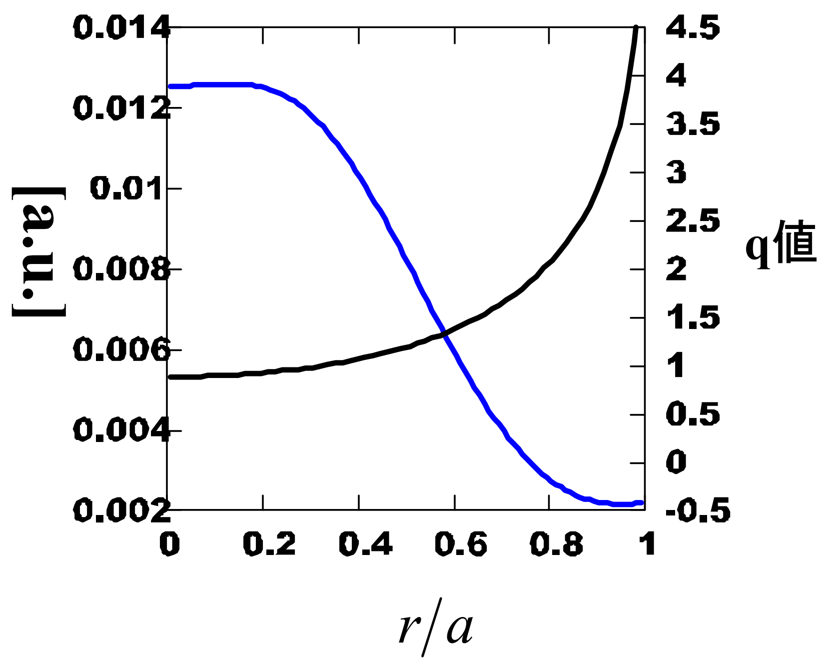
Energetic particle の圧力分布 :　Gaussian 分布

圧力とq値の initial profile
Fast ion beta =3.0(%)

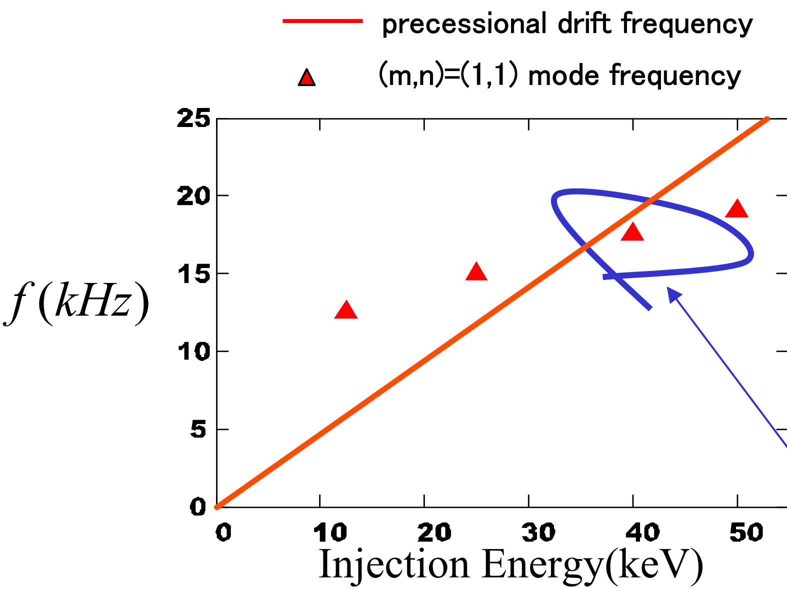
Energetic ion pressure profile



Bulk plasma pressure profile



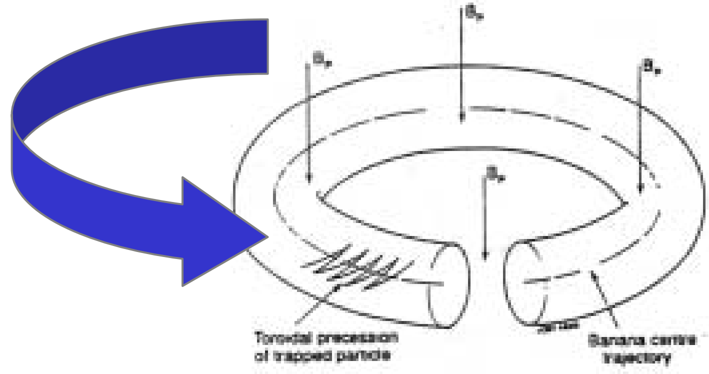
NBI入射エネルギーに対する依存性

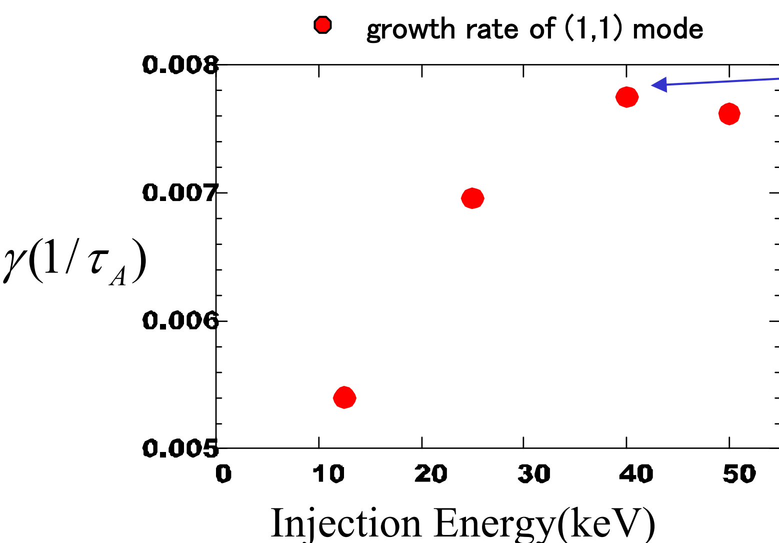


$$\omega_{\mathrm{h}}^{D} = \frac{\varepsilon}{Bqr_0R}$$

荒く見積もった場合の
高エネルギー粒子の歳差運動周波数

Precession drift

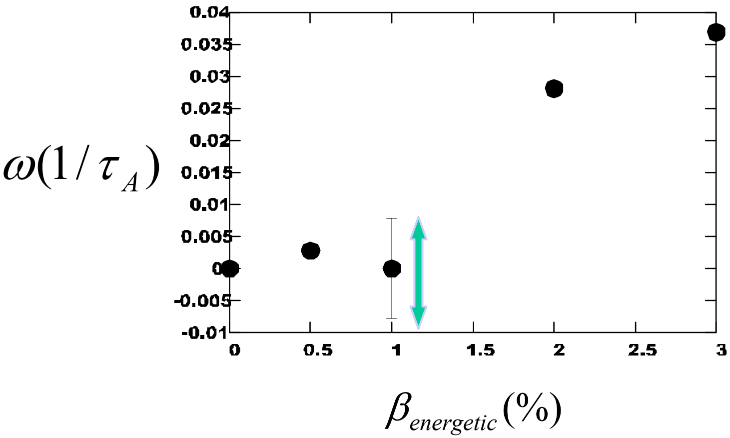




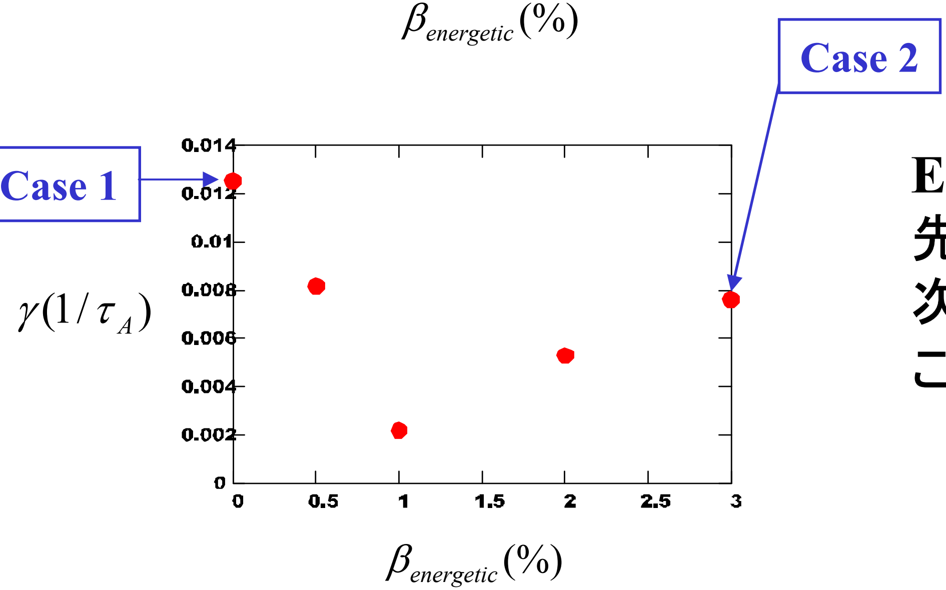
（１，１）モード周波数と高エネルギー粒子の歳差運動による周波数が近いところで成長率が最大になっている。

モード成長率、周波数の高エネルギー粒子β値依存性

* NBI入射エネルギー　50KeV



β値1%のときは周波数が
－4～＋4kHzの間で振動している。

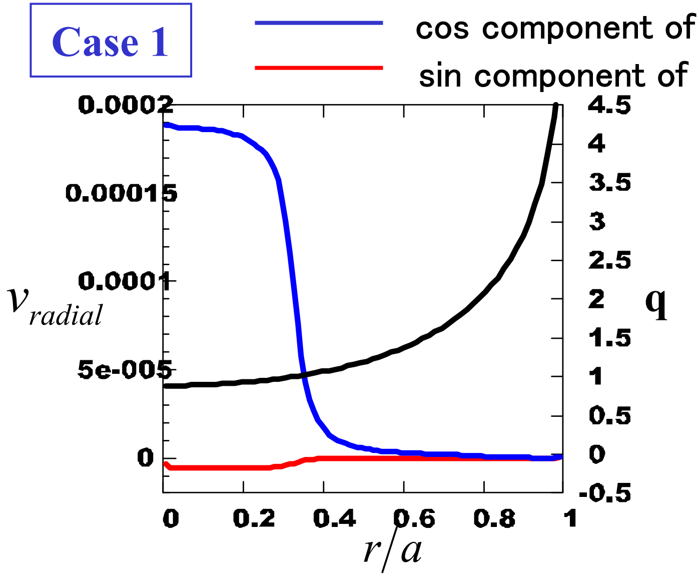


Energetic particleのβ値に従って
先ず、kinkモードが安定化され、
次にfishbone モードが現れてきた
ことがわかる。

This result is similar to
“W. Park, et al., Phys. Plasmas 6, 1796 (1999)”

(1,1)モードの径方向速度(線形)

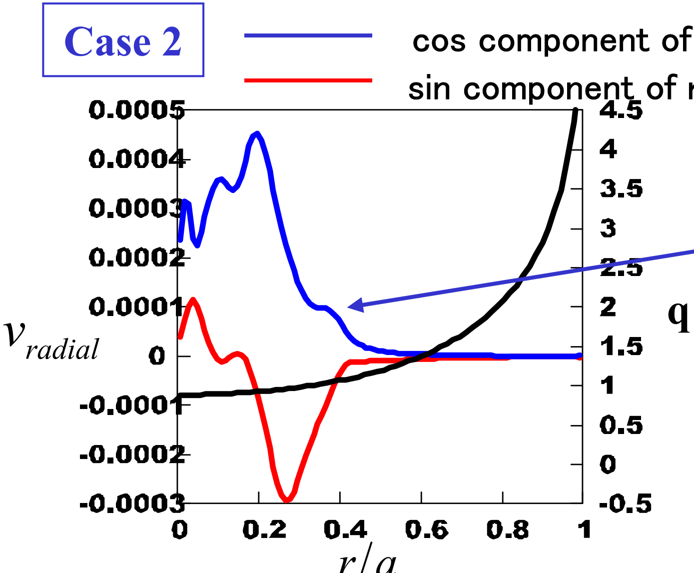
Case 1



よく知られているkinkモードの
“top-hat”型の径方向速度をしている。

フィシュボーンの径方向速度(線形)

Case 2

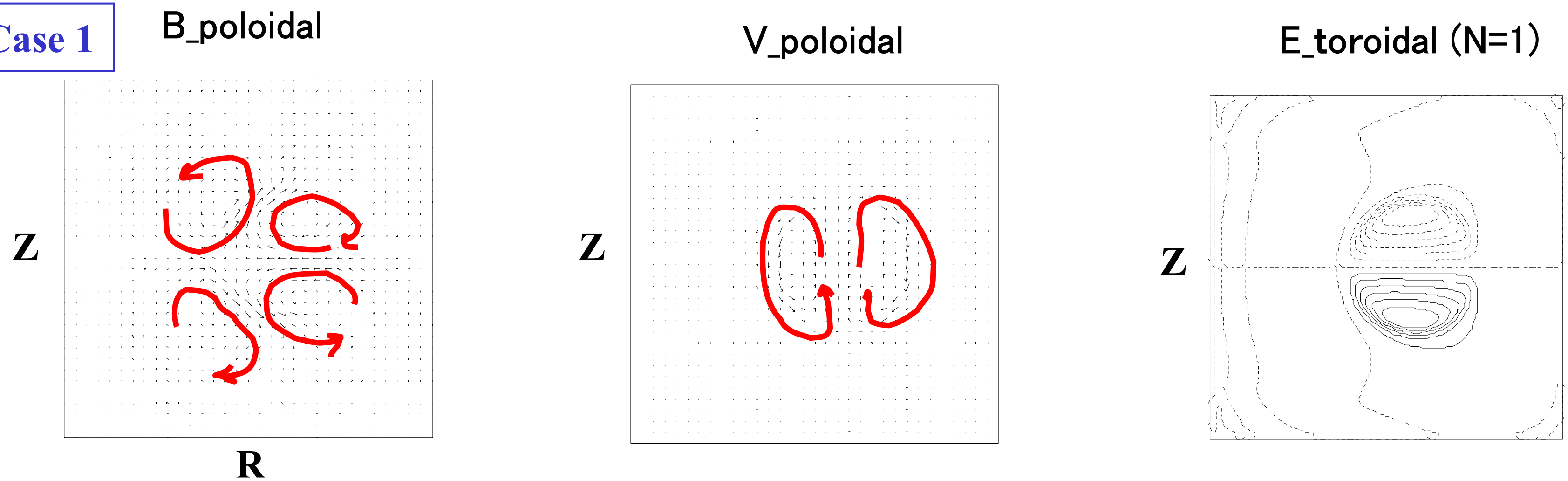


径方向速度がq=1の付近で
2段階構造になっているが,
アルヴェンスペクトルとの共鳴によるものと
考えられる。

(1,1)モードのモード構造(線形)

energetic particle beta = 0.0 %

Case 1

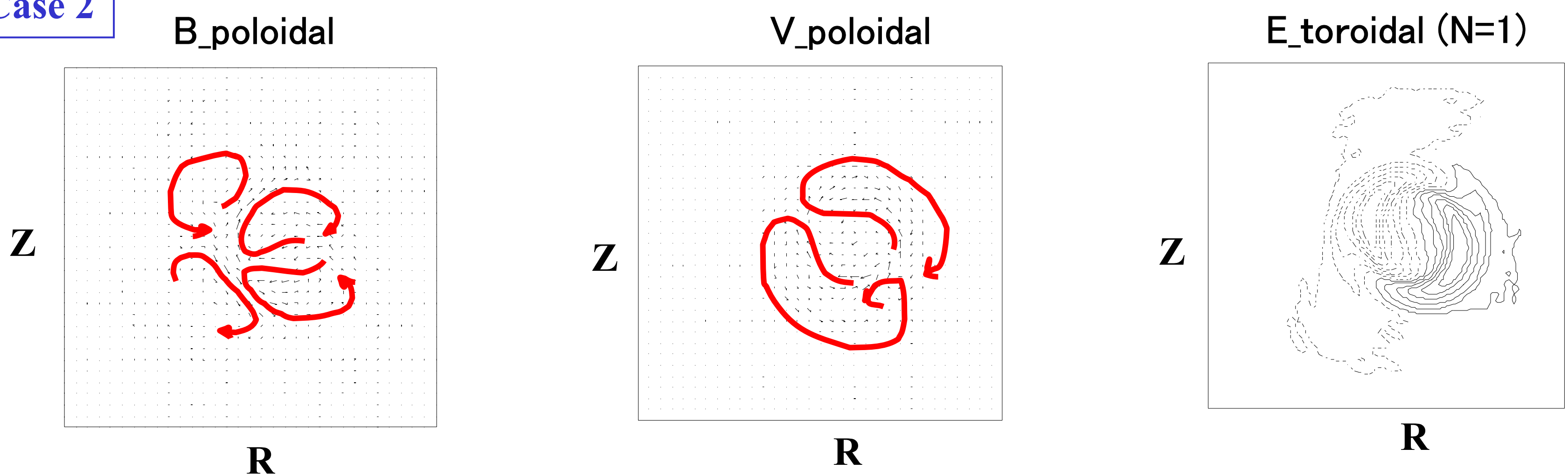


フィッシュボーンのモード構造(線形)

energetic particle beta = 3.0 %

NBI Injection Energy = 50 keV

Case 2

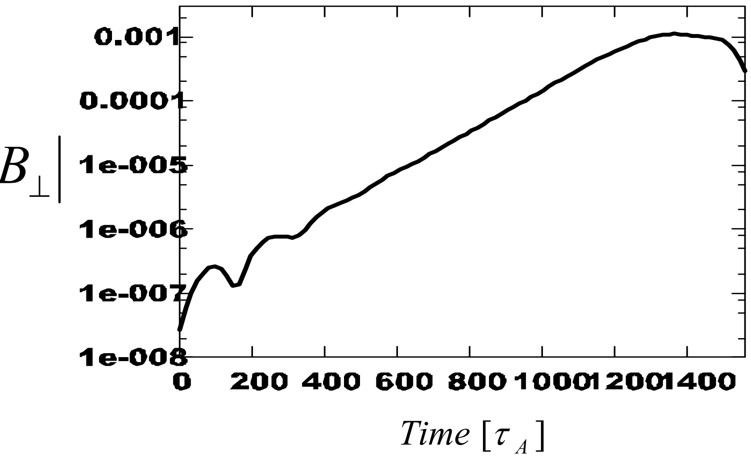


フィッシュボーンモードの周波数及び磁場強度の時間発展(非線形段階含む)

Case 2

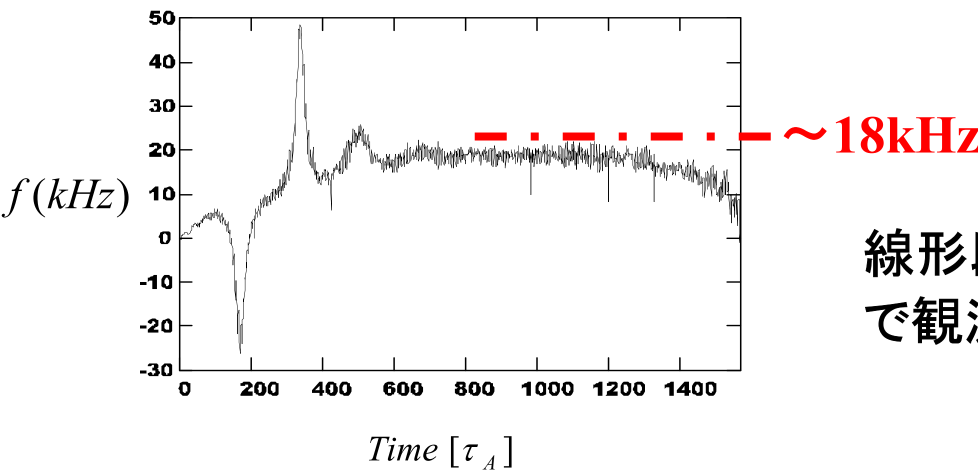
energetic particle beta = 3.0 %
NBI Injection Energy = 50 ke

飽和レベル $\approx 1\times10^{-3}$



フィッシュボーンモードの磁場は
約1400アルヴェン時間で飽和した。

モード周波数もそれに伴い減少している。



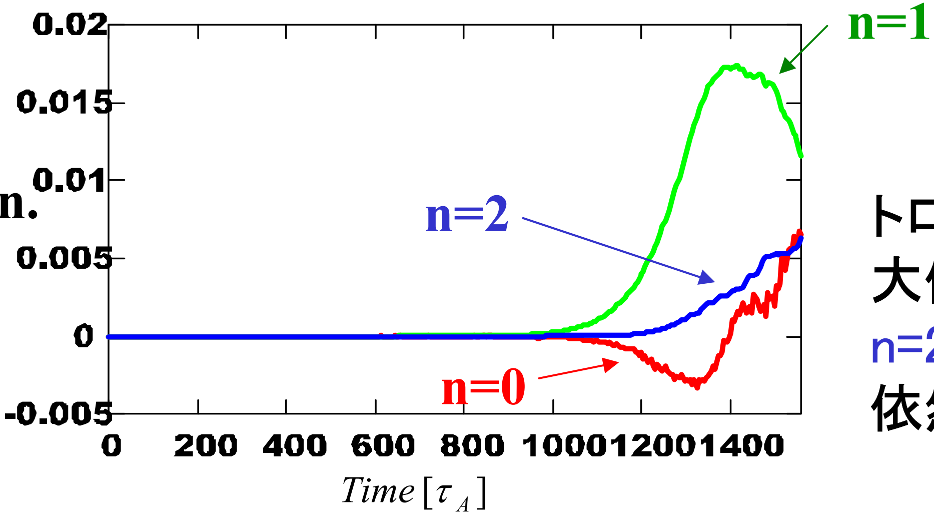
線形段階での周波数は約18kHz
で観測とよい一致を見せている。

フィッシュボーンの（非線形段階含む）エネルギー時間発展

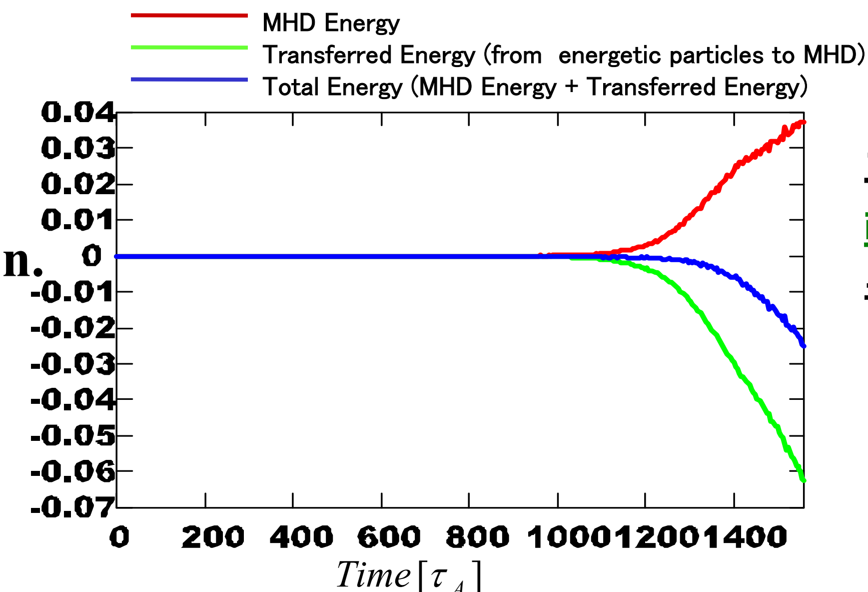
Case 2

energetic particle beta = 3.0 %
NBI Injection Energy = 50 keV

トロイダルモード数別エネルギー



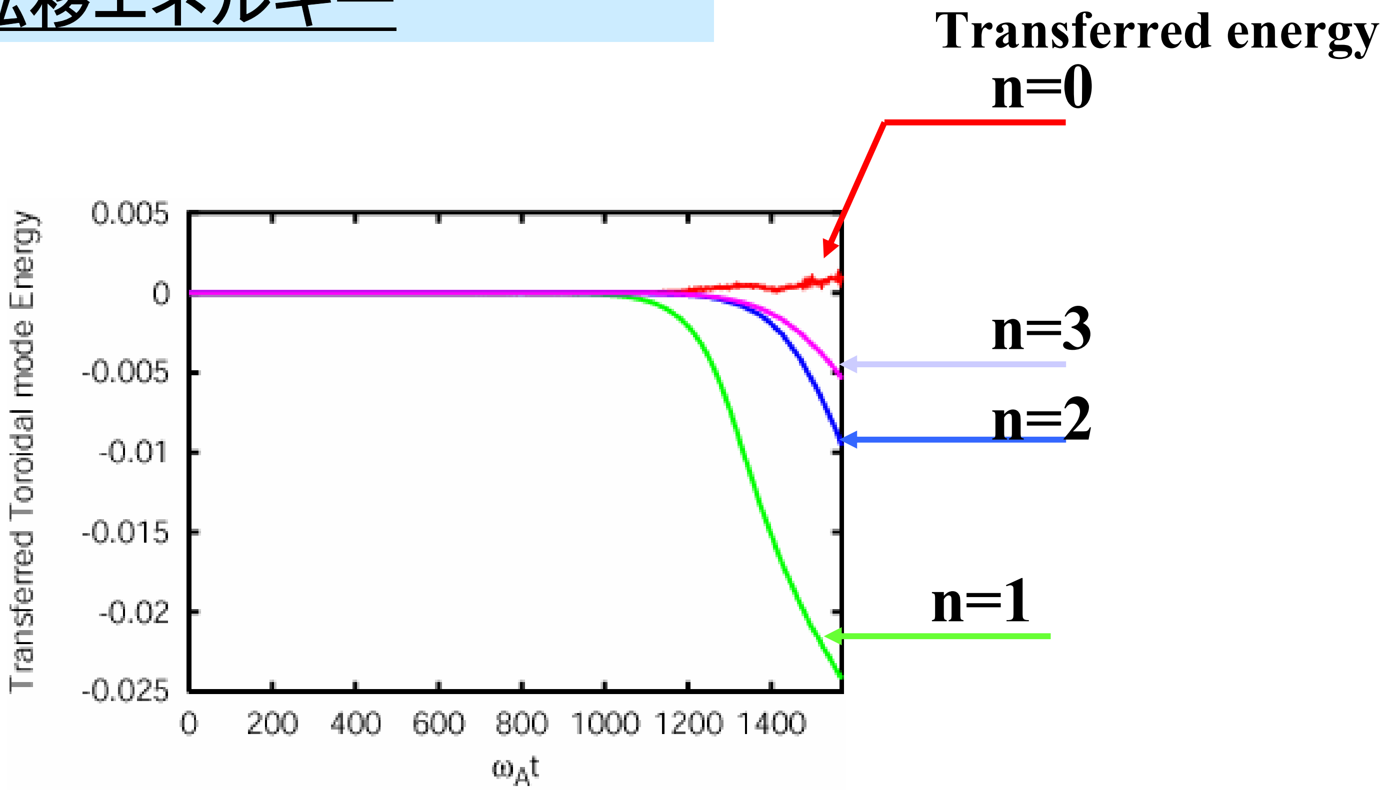
トロイダルモード数n=1のMHDエネルギーは大体1400アルヴェン時間で飽和したが、n=2のMHDエネルギーの方は依然成長し続けている。



エネルギーをもった粒子からMHDのほうへ転移しているエネルギー（driving energy）も止まっていない。

TAEモードの場合は粒子からのエネルギー転移が止まると同期してモードの飽和が生じる。

Each toroidal mode number
転移エネルギー



energetic ionからはn=1modeへエネルギーが転移しているにもかかわらず、MHD側のn=1 modeが飽和している。

⇩

非線形モードカップリングの影響か

要約

- 線形段階でのkink,fishboneモードの構造が明らかになった。
- 磁場強度の飽和とともに周波数の減少が起こった。
- 高エネルギー粒子からのエネルギー転移により、非線形段階でn=1のfishboneモードが飽和した後n=2の モードが現れた。

今後の課題

- Fishboneモードの非線形段階についてモード構造の視点から詳しく調べる。
- 高エネルギー粒子の輸送問題