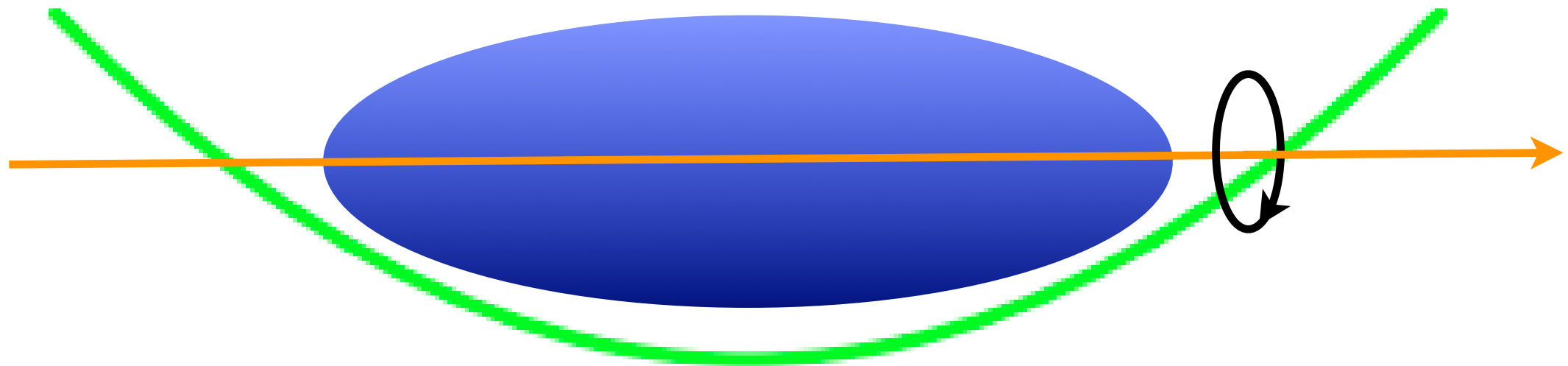


純電子プラズマの平衡分布形成と その状態に固有な軸対称波動特性

京都大学総合人間学部 基礎科学科
河井洋輔

研究の背景

非中性プラズマを、径方向に磁場、軸方向には放物線型ポテンシャルで閉じ込めた時
平衡状態において回転楕円体形状をとる理論解が知られている(Penning平衡：温度0,密度一定)



単一荷電粒子からなる回転楕円体の 固有振動についての研究

- 波動特性を利用した、反陽子など稀少な単一荷電粒子プラズマの
三次元空間分布の非破壊的計測という目的

D.H.E.Dubin(1991) [1],[2] 分散関係式

C.M.Surko(1995) [3] 軸対称固有振動($m=0$)

問題点

- いずれも外部境界なし、密度=一定のモデルに基づいており、有限温度、
image charge 等により密度分布が非一様となるときの効果について考慮
していない
- 実験から得た計測値の理論値からのずれの原因として有限温度の効果に帰着
させている

本研究では

- 放物線型ポテンシャルで閉じ込めた熱平衡状態に近い純電子プラズマを検討の対象し、その平衡密度分布の軸対称固有振動について実験的に検証した。
- 理論面では、基本的にはSurkoらの方法に則りながらも、新しい考察 - 密度の非一様性 - を加えながらデータの解析を行った。
- 密度の非一様性をそのまま反映するような分散関係式の導出を試みた

平衡状態の電位分布

真空場の電位

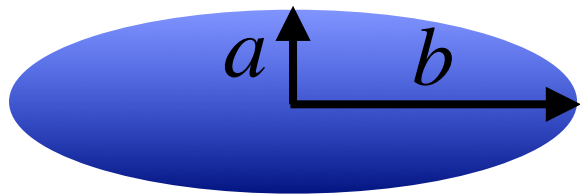
$$\phi^a = \frac{M\omega_z^2}{4e}(r^2 - 2z^2)$$

電子密度分布はBoltzmann分布
 温度=0、密度有限なら軸上で $\psi^a + \psi^s = \text{一定}$

回転楕円体プラズマの自己場

$$\phi^s = \frac{M\omega_p^2}{4e}\left(A_3(\alpha)z^2 + \left(1 - \frac{1}{2}A_3(\alpha)\right)r^2\right)$$

$$\frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} = \frac{2}{A_3(\alpha)}$$



$$\alpha = \frac{b}{a} ; \text{アスペクト比}$$

ω_z ; 電位内を軸方向に
運動する振動数

ω_p ; プラズマ振動数

e ; 素電荷

M ; 電子質量

$$A_3(\alpha) = \frac{2Q_1^0(\alpha(\alpha^2 - 1)^{-1/2})}{\alpha^2 - 1}$$

Dubinの分散関係式

for 温度=0、密度=一定、image charge なし

$$\varepsilon_3 + m\alpha \sqrt{\alpha^2 - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}} \frac{P_l^m(k_1)}{P_l^{m'}(k_1)} \varepsilon_2 = \sqrt{\frac{\alpha^2 - \varepsilon_3/\varepsilon_1}{\alpha^2 - 1}} \frac{P_l^m(k_1) Q_l^{m'}(k_2)}{P_l^{m'}(k_1) Q_l^m(k_2)}$$

$$k_1 = \alpha / (\alpha^2 - \varepsilon_3 / \varepsilon_1)^{1/2}$$

$$k_2 = \alpha / (\alpha^2 - 1)^{1/2}$$

l ; 軸方向のモード数

m ; 方位角方向のモード数

$\vec{\varepsilon}$: プラズマの誘電率テンソル

$$\vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & -i\varepsilon_2 & 0 \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \Omega_v^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \Omega_v}{\omega(\omega^2 - \Omega_v^2)}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\Omega_v = \Omega_c + 2\omega_r$$

Ω_c ; サイクロトロン振動数

ω_r ; ダイオコトロン振動数

Dubinの分散関係式

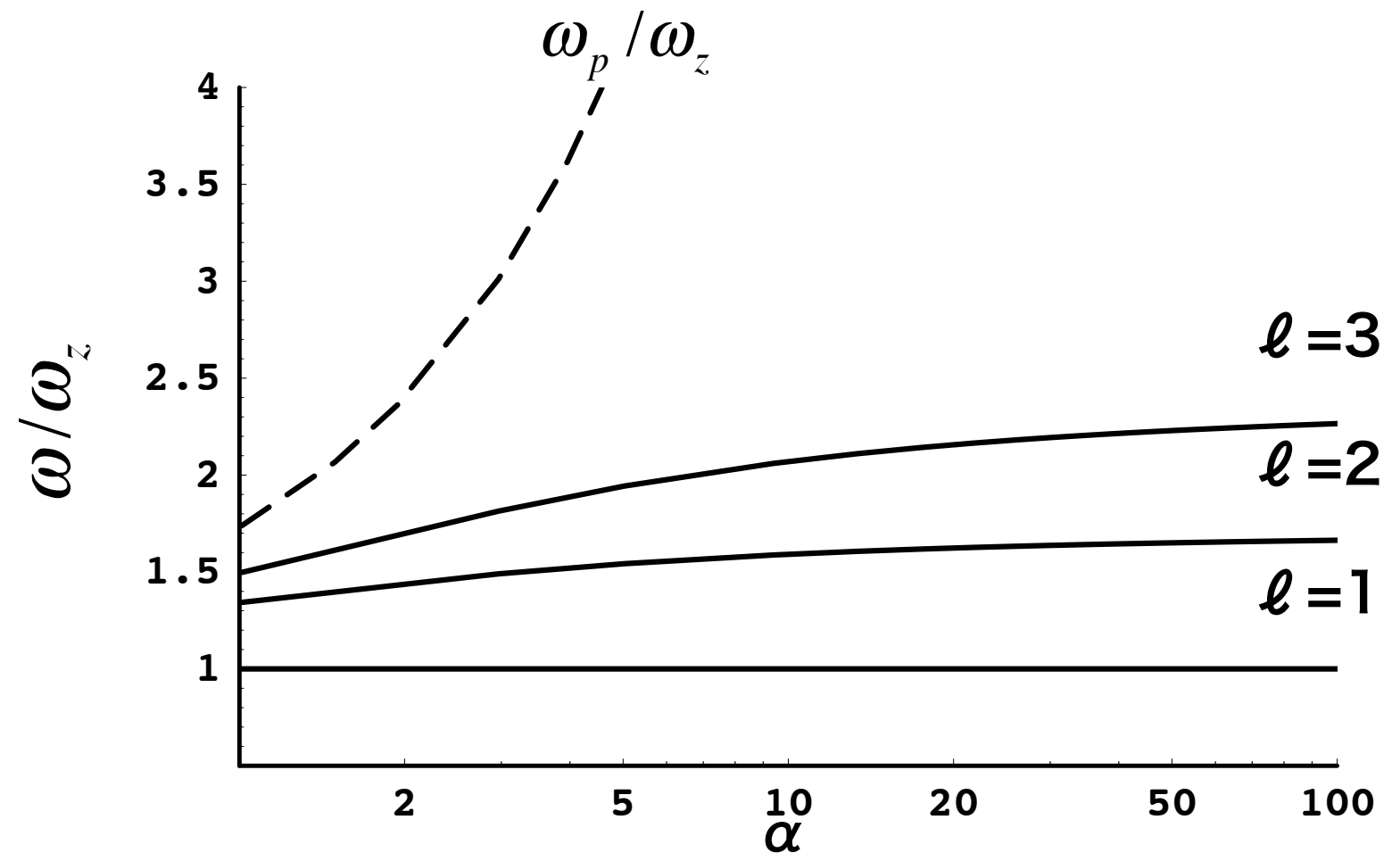
for $\omega_p \ll \Omega_c$ 、 $m=0$ 、温度=0、密度=一定、image charge なし

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \sqrt{\frac{\alpha^2 - 1 + \omega_p^2 / \omega^2}{\alpha^2 - 1}} \frac{P_l^0(k_1) Q_l^{0'}(k_2)}{P_l^{0'}(k_1) Q_l^0(k_2)}$$

$$k_1 = \alpha / (\alpha^2 - 1 + \omega_p^2 / \omega^2)^{1/2}$$

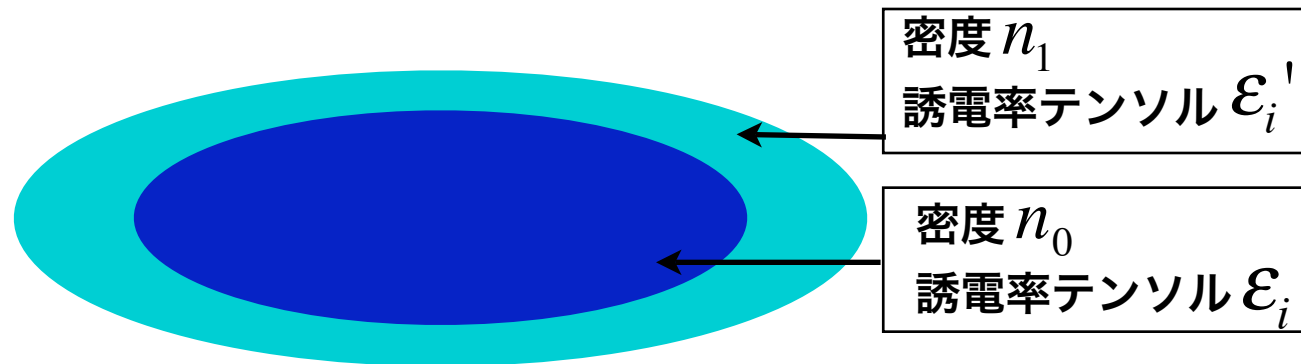
$$k_2 = \alpha / (\alpha^2 - 1)^{1/2}$$

$$\frac{\omega_p^2}{\omega_z^2} = \frac{2}{A_3(\alpha)}$$



密度非一様するとき

密度分布が2層に分かれた単純なモデル
 $n_0 > n_1$ 、アスペクト比同一



分散関係式

$$\left\{ (\varepsilon_3' k_1 P_l^{m'}(k_1) + m\alpha^2 \varepsilon_2' P_l^m(k_1)) Q_l^m(k_1) - (\varepsilon_3' k_1 Q_l^{m'}(k_1) + m\alpha^2 \varepsilon_2' Q_l^m(k_1)) P_l^m(k_1) \right\} \\ \times \left\{ -k_2 Q_l^{m'}(k_2) P_l^m(k_3) + Q_l^m(k_2) (\varepsilon_3 k_3 P_l^{m'}(k_3) + m\alpha^2 \varepsilon_2 P_l^m(k_3)) \right\} = 0$$

k_1 についてnon-zero

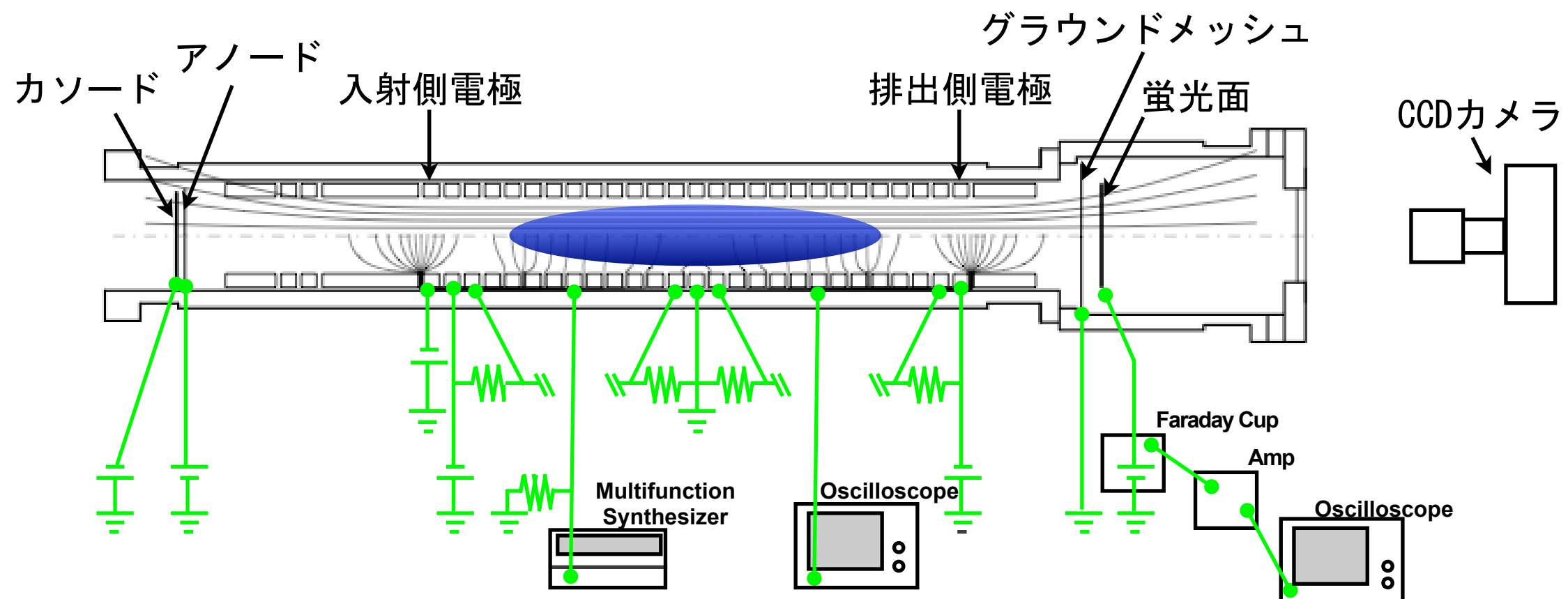
$$k_1 = \alpha / (\alpha^2 - \varepsilon_3' / \varepsilon_1')^{1/2} \quad k_2 = \alpha / (\alpha^2 - 1)^{1/2} \quad k_3 = \alpha / (\alpha^2 - \varepsilon_3 / \varepsilon_1)^{1/2}$$

内部のパラメーターによって表された
Dubinの分散関係式

内側の分布によって分散関係は決まる

実験装置の模式図

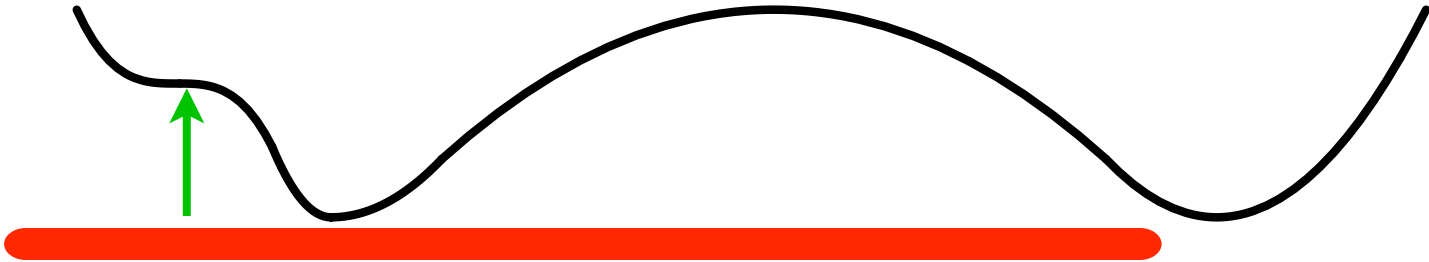
- 軸方向一様磁場(1 T)と軸方向電位分布で純電子プラズマを閉じ込める
- 円筒形真空容器に内直径90mm、長さ24mmのリング状電極が30個設置されており、各リング状電極間を抵抗器を介してつなぎ放物線型ポテンシャルを実現(Mohri-trap ,[4])
- 電子はカソードアレイより放出
軸方向積分密度分布はCCDカメラ(16bit @ 512x512 pixels)で計測



実験の手順

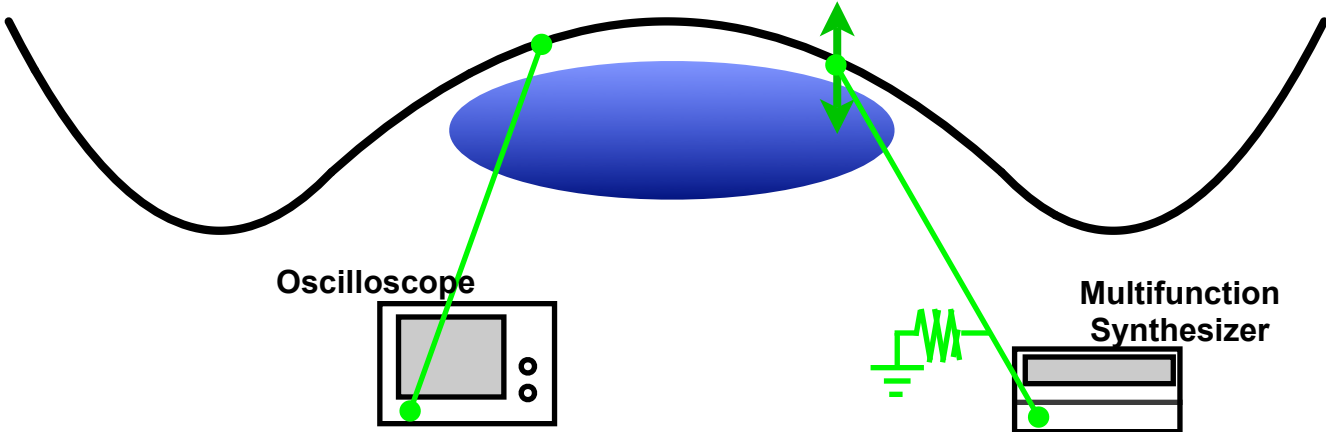
1. 入射

入射側電極のポテンシャル壁を下げ
カソードから電子の入射。



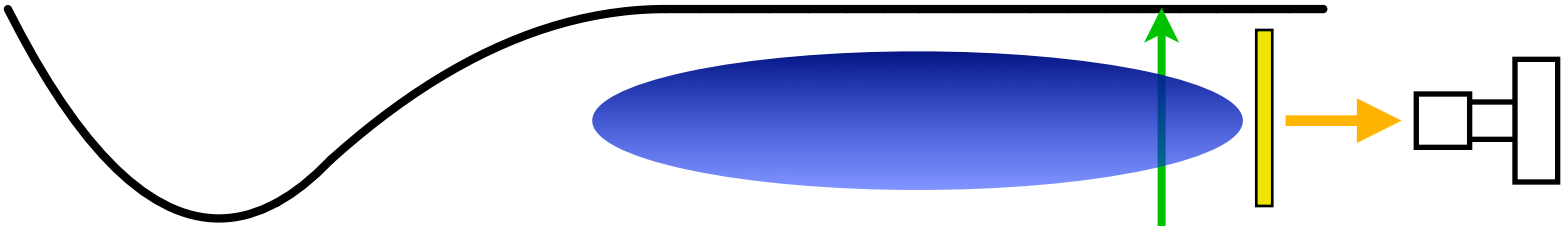
2. 緩和+励起

ポテンシャルを元に戻し、プラズマを緩和後、外から高周波をかけて固有振動を励起させ、別の電極から静電誘導信号を受信。

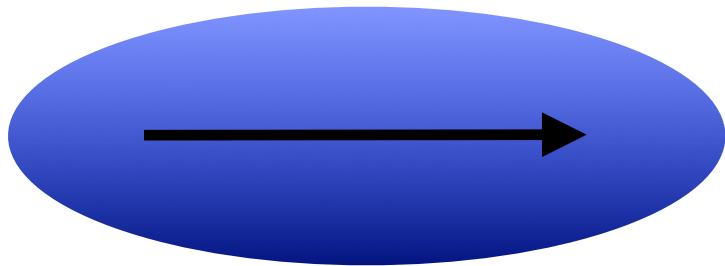


3. 排出

排出側ポテンシャルをグラウンドにし電子を排出して蛍光面に衝突させる。衝突による発光輝度分布をCCDカメラで計測。衝突した電子は電流として計測。

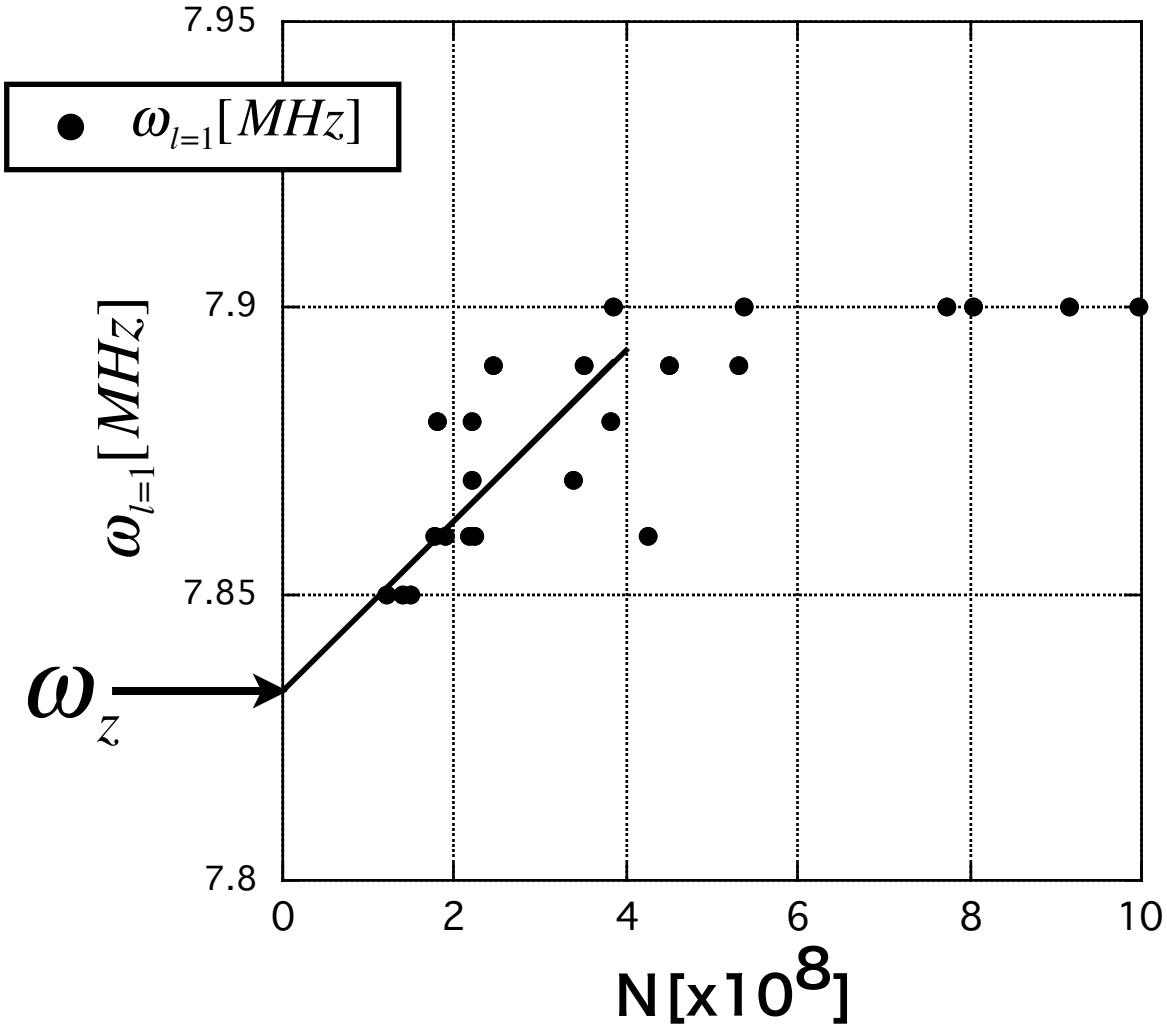


$(\ell=1, m=0)$ モード



放物線型ポテンシャル内を
軸方向に運動するモード

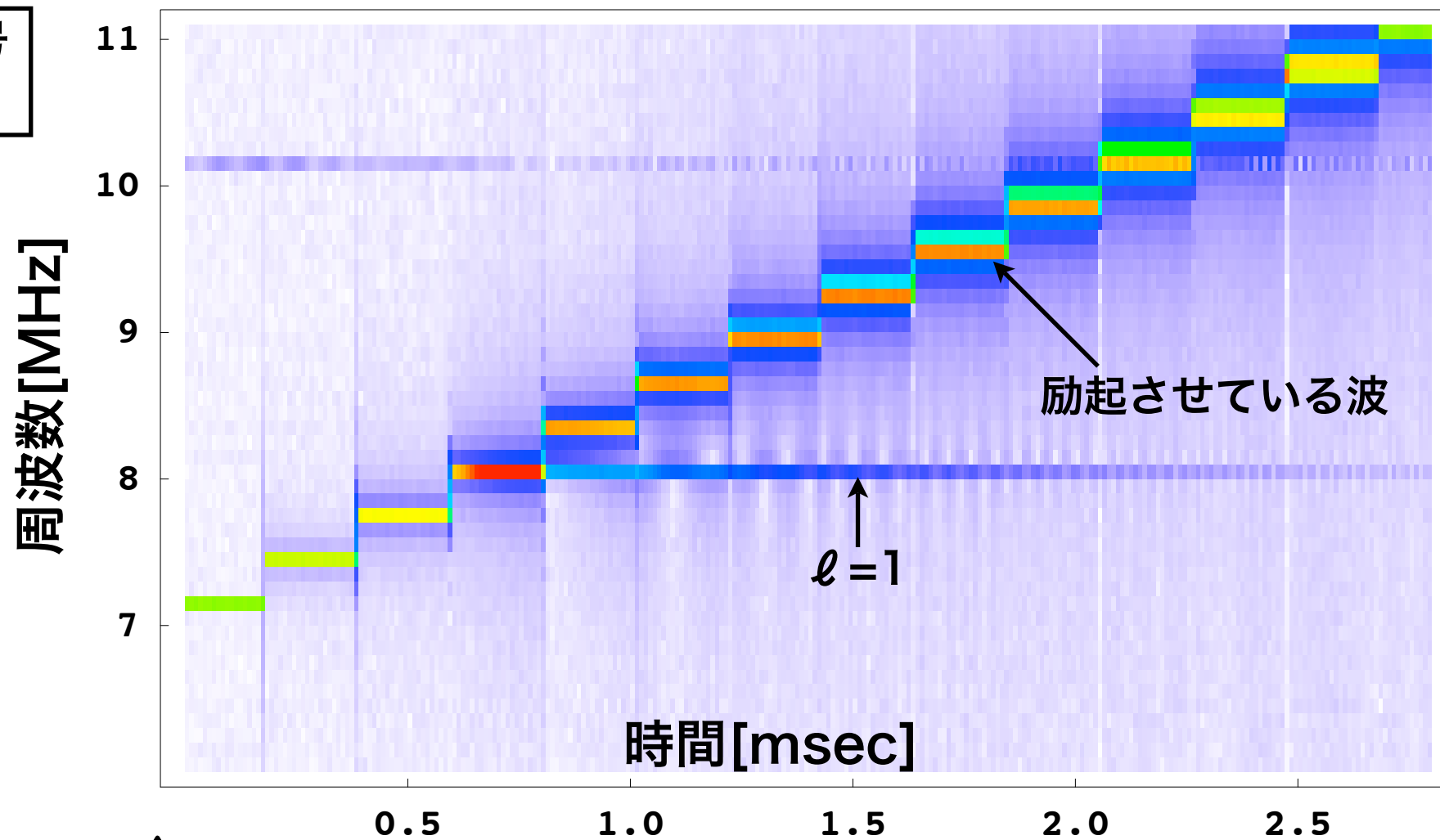
理論上は同一ポテンシャル内で
振動数一定($=\omega_z$)



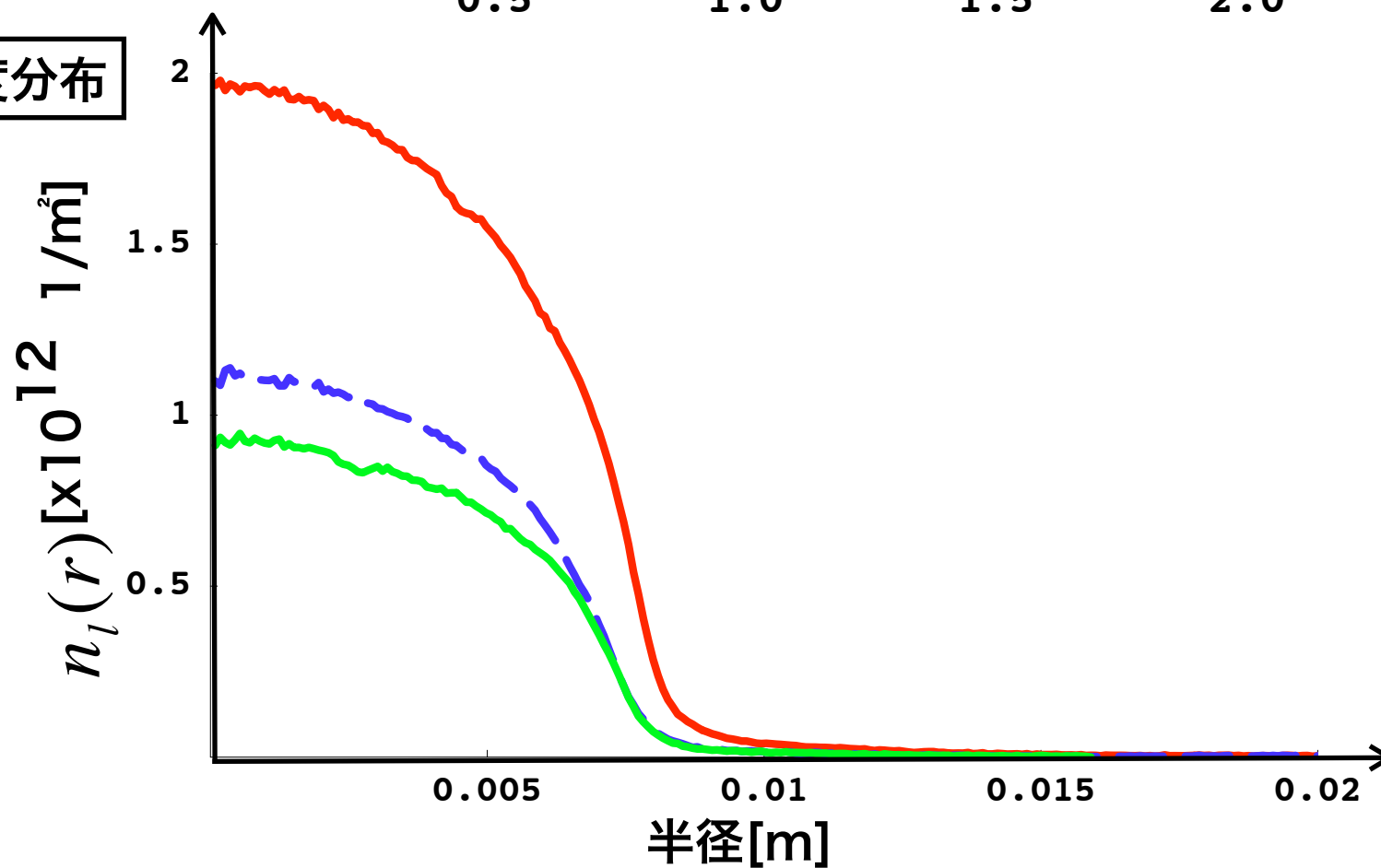
N (電子総数) の増加によって
振動数も増加

image charge の効果

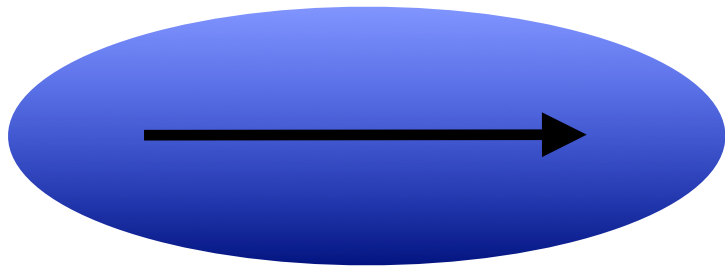
受信した静電誘導信号
のFFTスペクトル



径方向の電子線密度分布

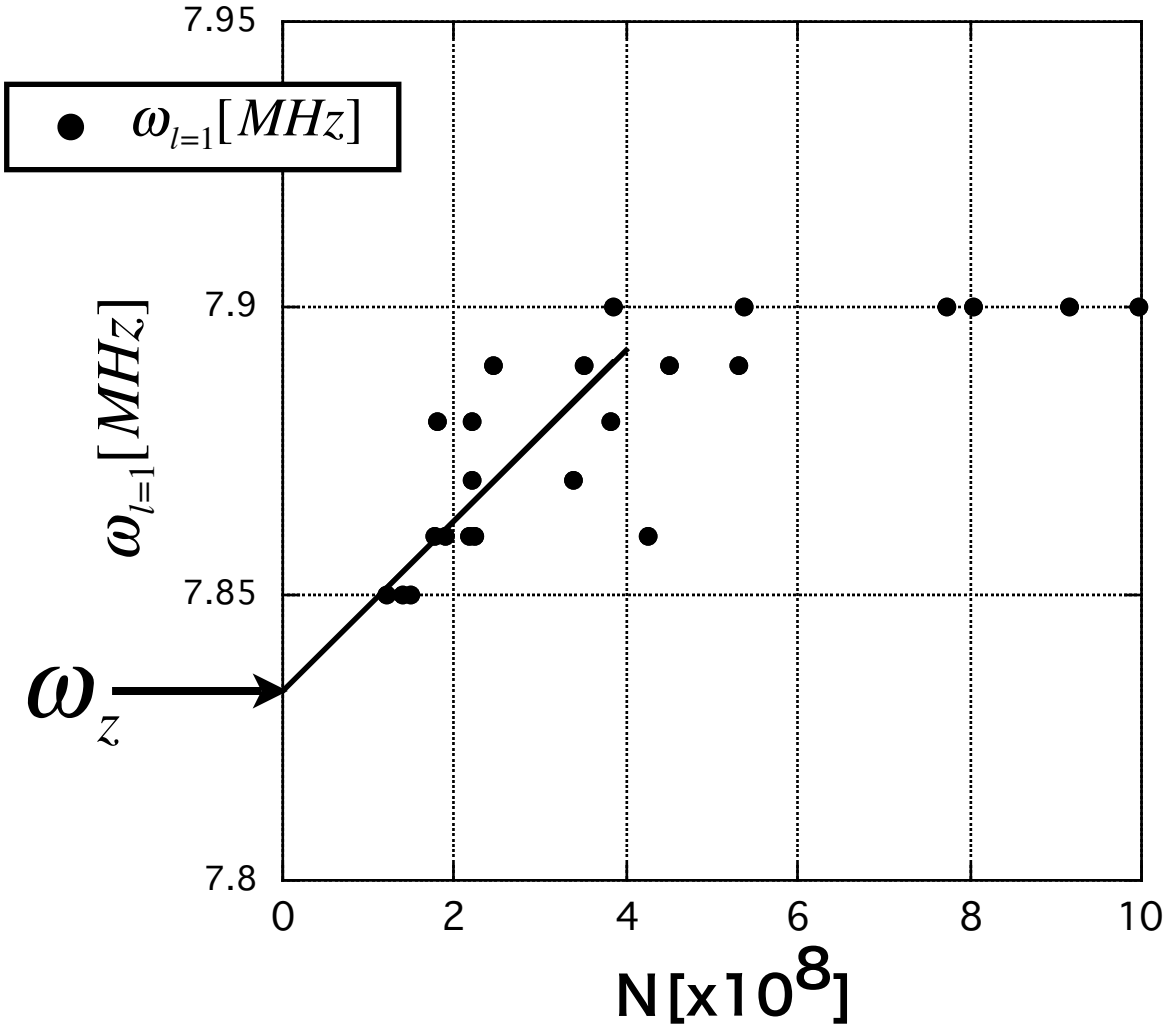


$(\ell=1, m=0)$ モード



放物線型ポテンシャル内を
軸方向に運動するモード

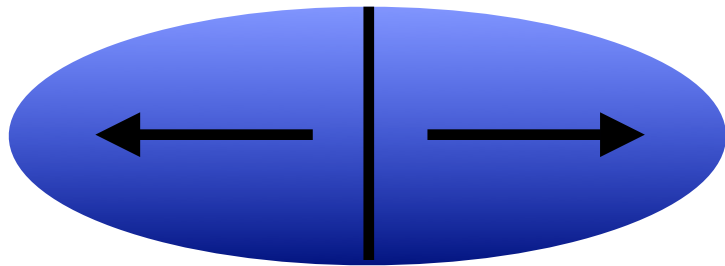
理論上は同一ポテンシャル内で
振動数一定($=\omega_z$)



N (電子総数) の増加によって
振動数も増加

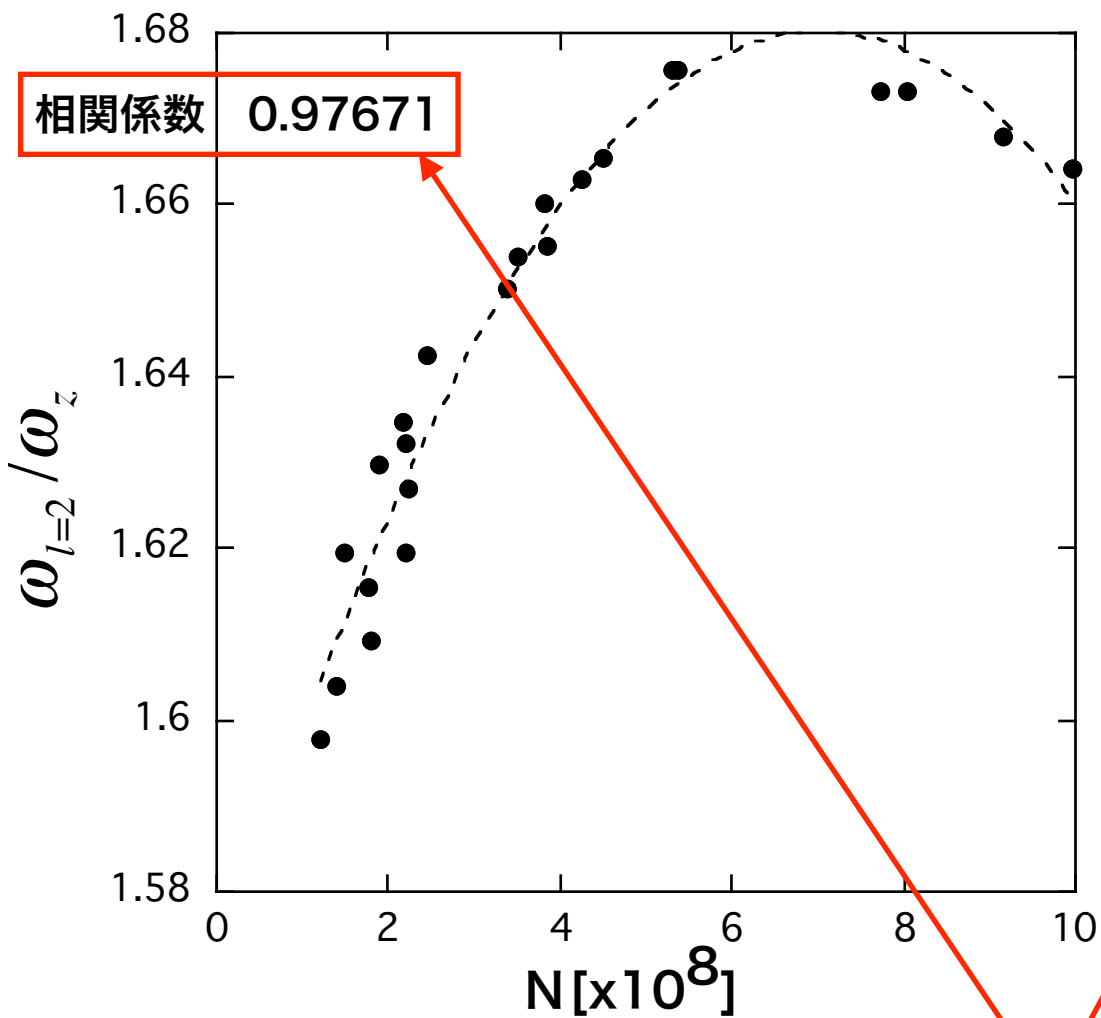
image charge の効果

($\ell=2, m=0$)モード

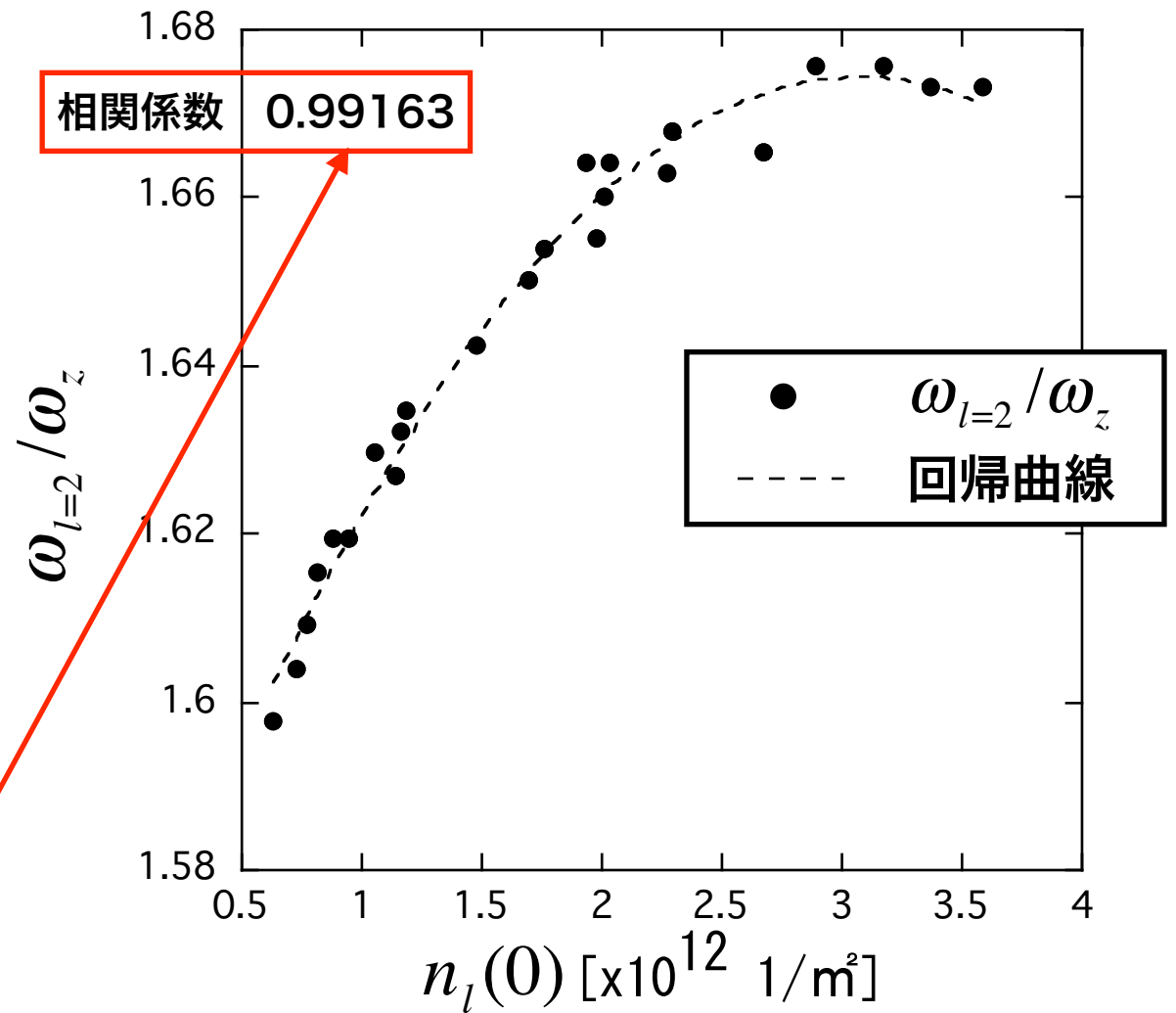


軸方向に左右対称に
伸び縮みするモード

(a)



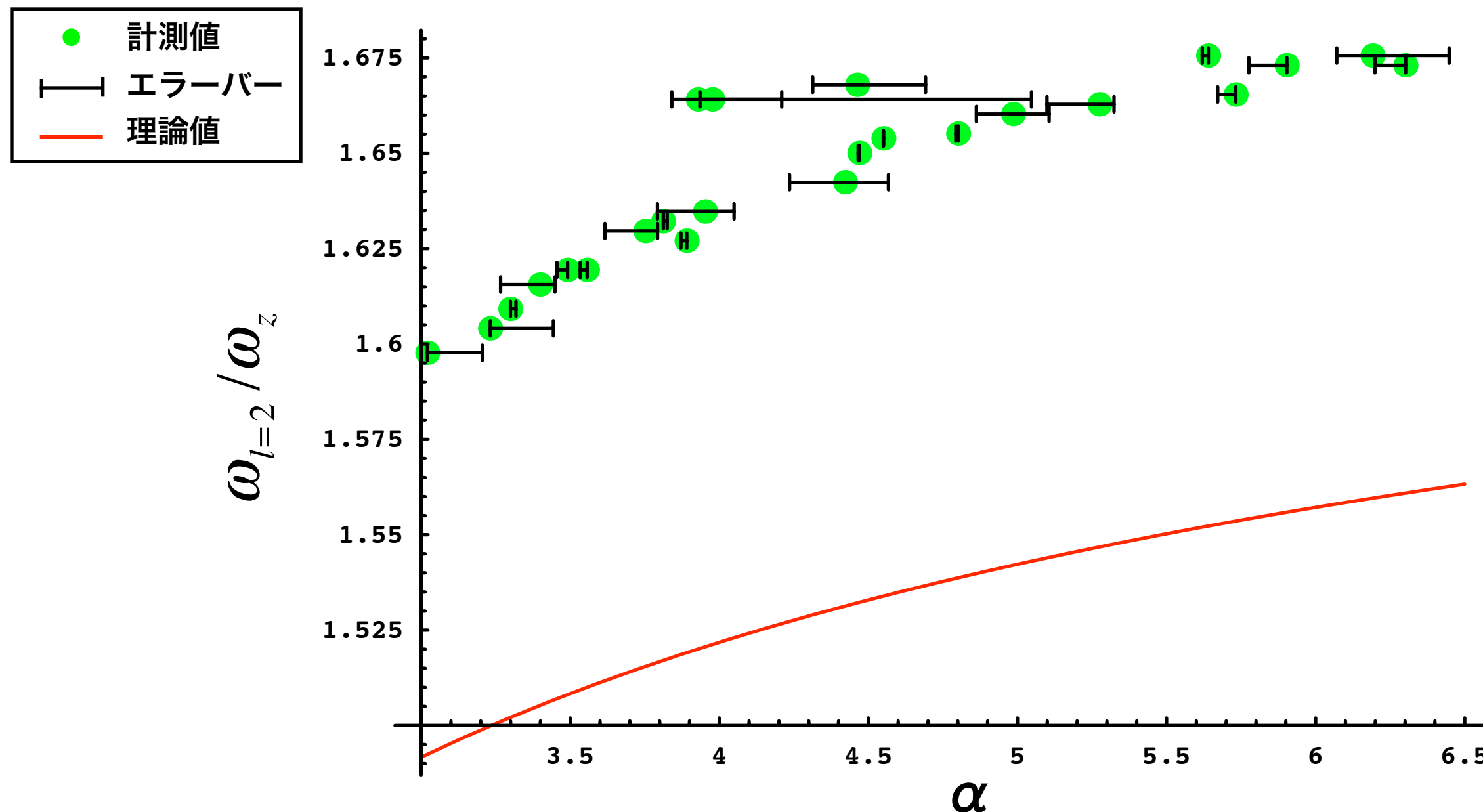
(b)



波動の伝播特性を支配するのは、
内側の密度分布である

アスペクト比との比較

計測値はDubin-modeからの値と比べ傾向は似るが
値は高くなった(約5%)

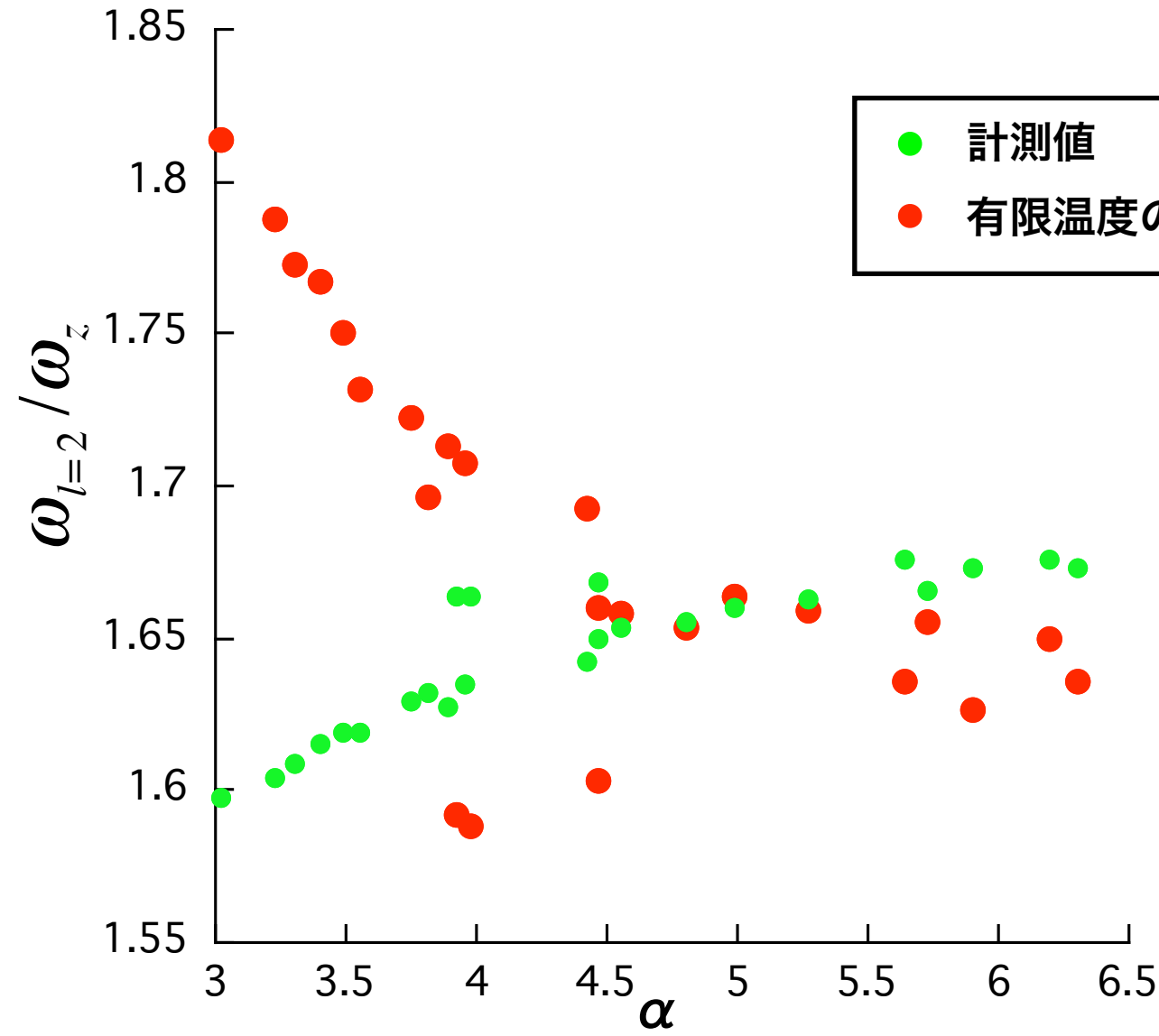


検討① 有限温度の効果

温度の効果を加えたときの固有振動数

$$\omega_l^2 = (\omega_l^c)^2 + \frac{3k_B T}{M} k_z^2$$

k_z ; 軸方向の波数 $\approx \pi(l-1)/2b$ k_B ; Boltzmann定数
 T ; 温度



傾向が合わない

$k_z \approx \pi(l-1)/2b$ からプラズマ長の短いものにより強く温度の効果働く

検討 ② image charge の効果

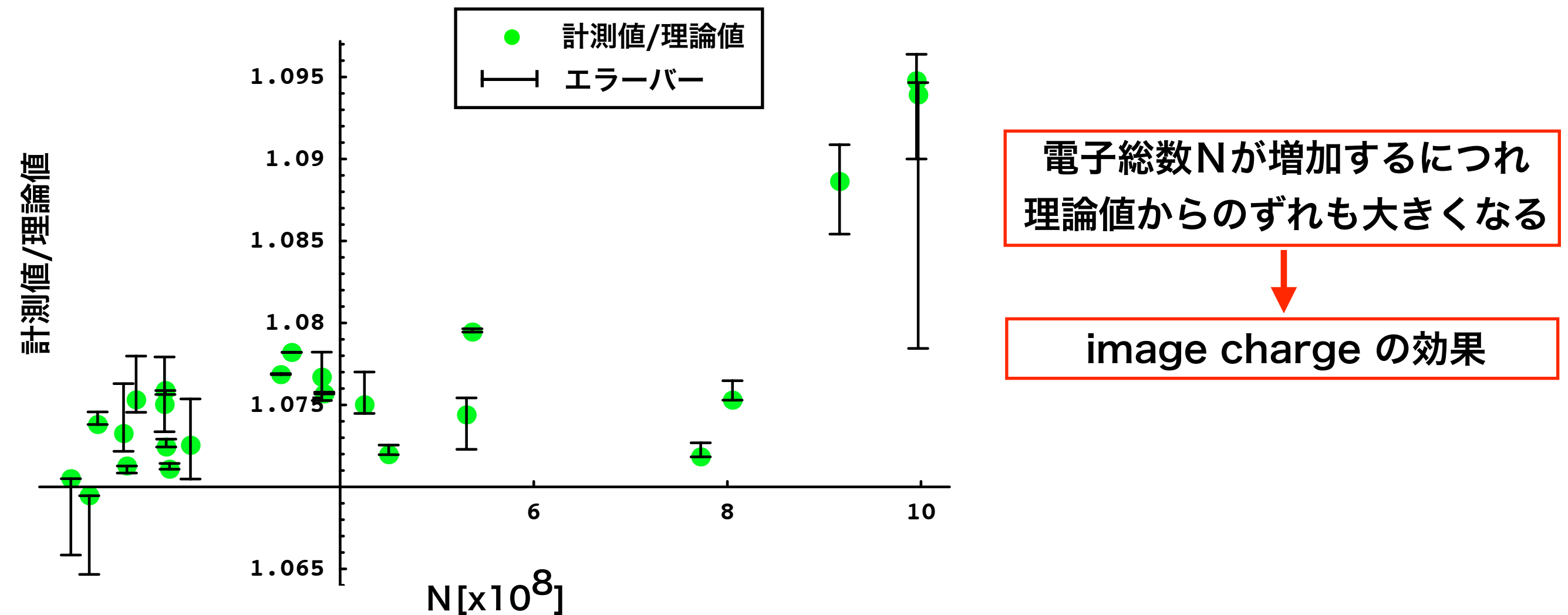
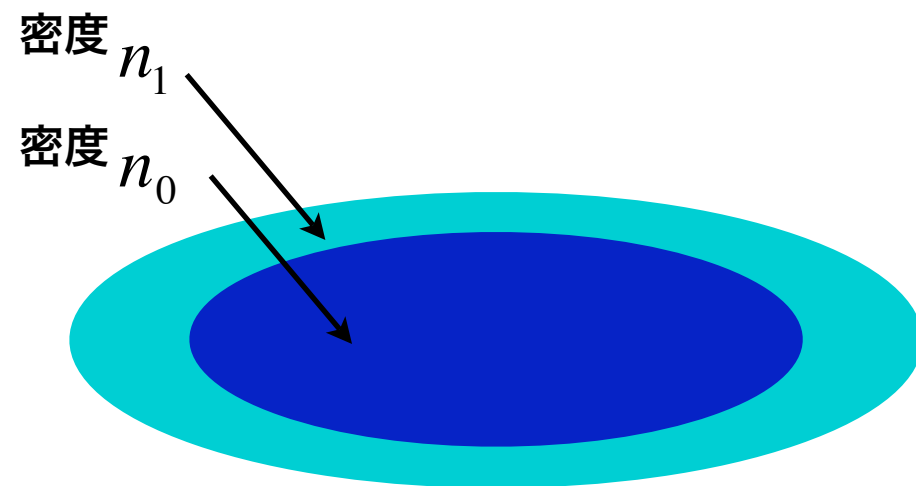


image charge によって理論式が
どう変化するかについては今後の課題とする

検討 ③ 密度非一様の効果

密度分布が2層に分かれた単純なモデルについて
波動の情報は内側の密度分布の方が本質的であることがわかった

波動と粒子の相互作用の強さ \propto (波動の振幅) \times (粒子の密度)



- プラズマ内部の摂動ポテンシャル ($m=0$)は軸近傍で最大
- $n_0 > n_1$



- 軸近傍の粒子のほうが波動の伝搬特性により強く影響を与える
- しかし周辺部の粒子は壁に近いいためimage chargeの形成にはより大きく寄与する

密度の非一様性をそのまま反映する理論式の導出が課題

3次元平衡密度分布の導出

Poisson-Boltzmann Eq.を解く

Poisson Eq.
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi^S}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi^S}{\partial z^2} = \frac{e}{\epsilon_0} n(r, z)$$

Density
$$n(r, z) = n(r, 0) \exp \left[e \{ \phi^a(r, z) + \phi^S(r, z) \} / T \right]$$

where
$$n(r, 0) = n_l(r) / \int_{-L}^L dz \exp \left[e \{ \phi^a(r, z) + \phi^S(r, z) \} / T \right]$$

Bessel-Fourier Expansion:

$$n(r, z) = \sum_{m, n=1}^{\infty} A_{mn} J_0(\kappa_m r) \cos k_n z$$
$$A_{mn} = \frac{2}{L w^2 J_1^2(\chi_m)} \int_0^w dr r J_0(\kappa_m r) \int_{-L}^L dz n(r, z) \cos k_n z$$

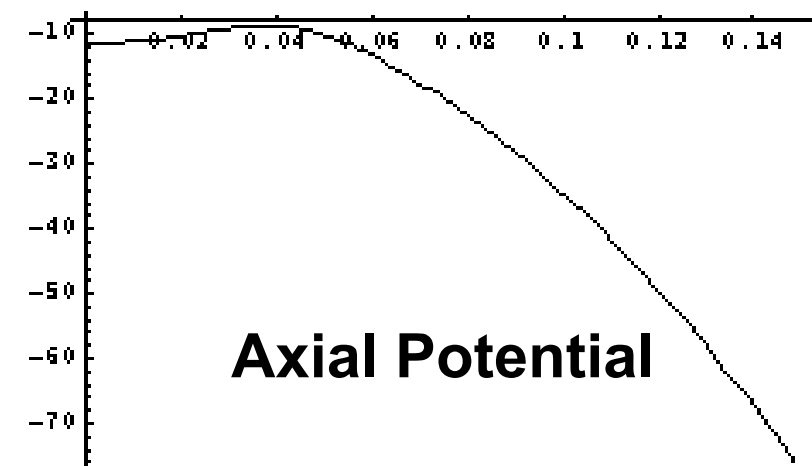
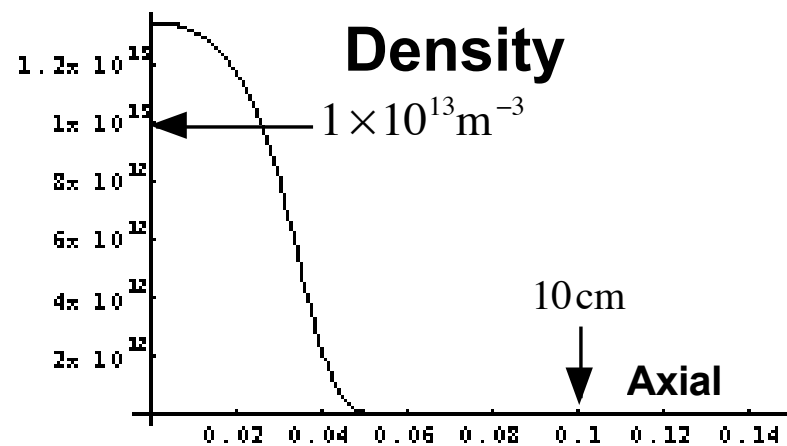
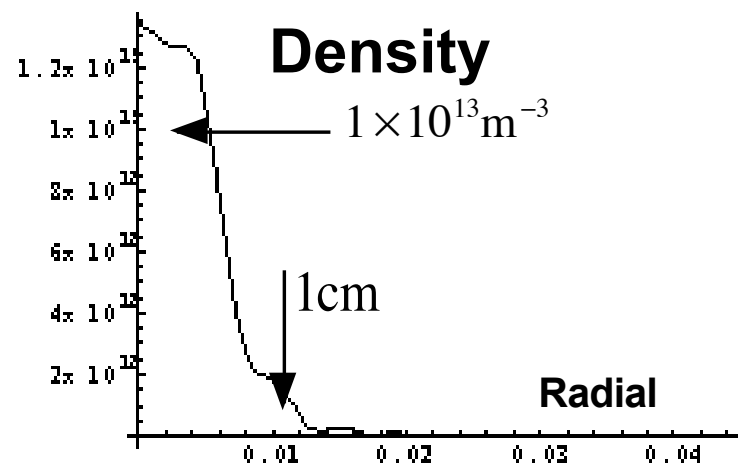
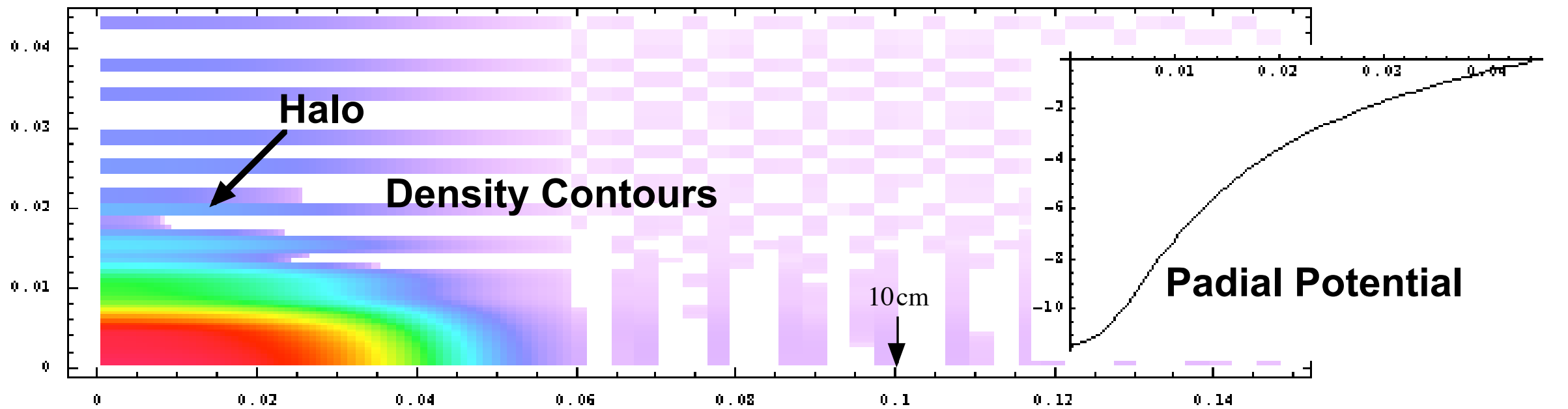
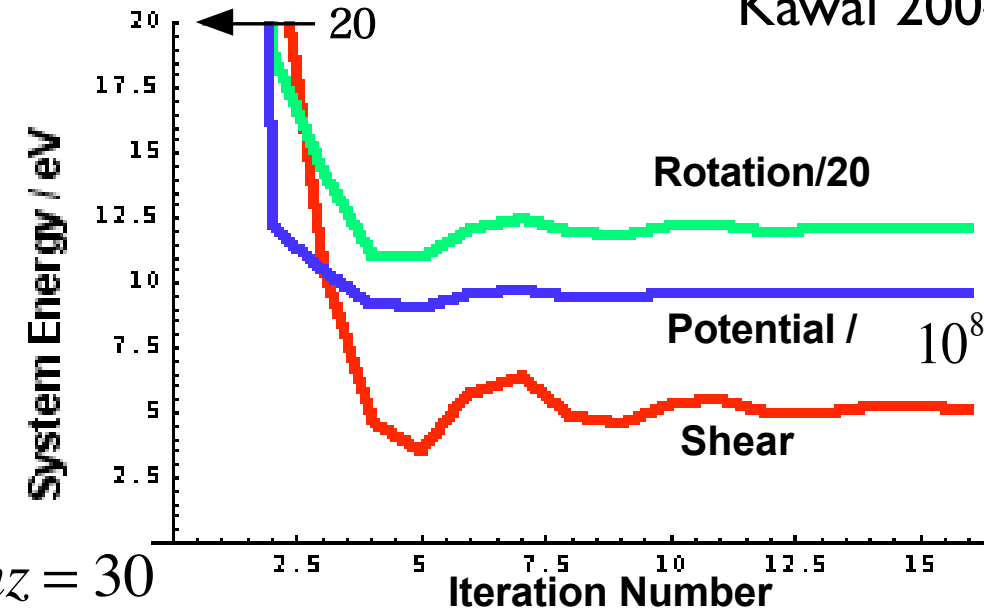
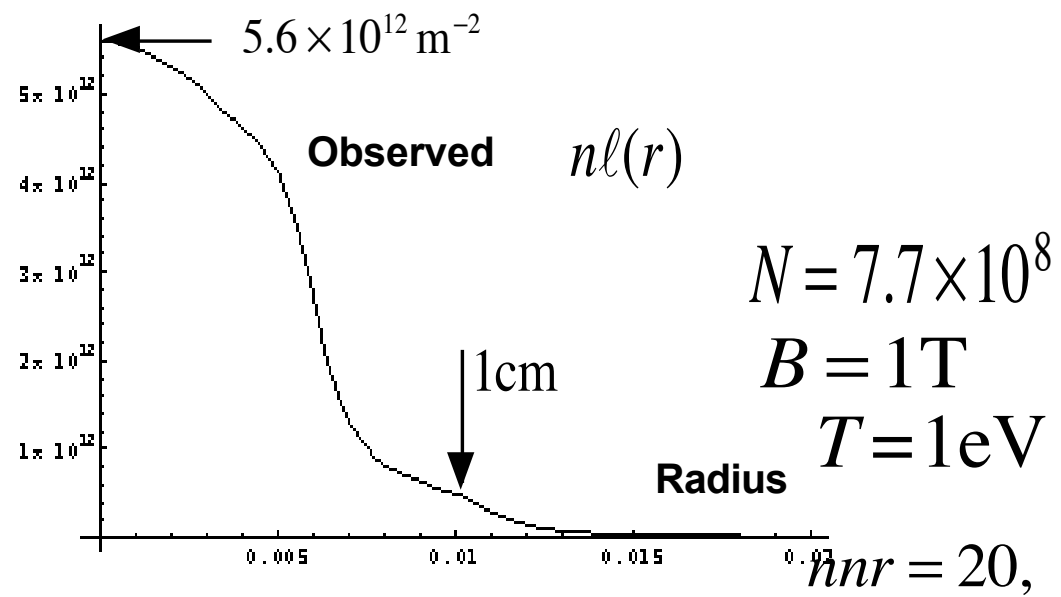
$$\kappa_m = \chi_m / w \quad J_0(\chi_m) = 0 \quad k_n = (2n - 1)\pi / L$$

Self-field as a solution:

$$\phi^S(r, z) = \sum_{m, n=1} B_{mn} J_0(\kappa_m r) \cos k_n z \quad B_{mn} = - \frac{e / \epsilon_0}{\kappa_m^2 + k_n^2} A_{mn}$$

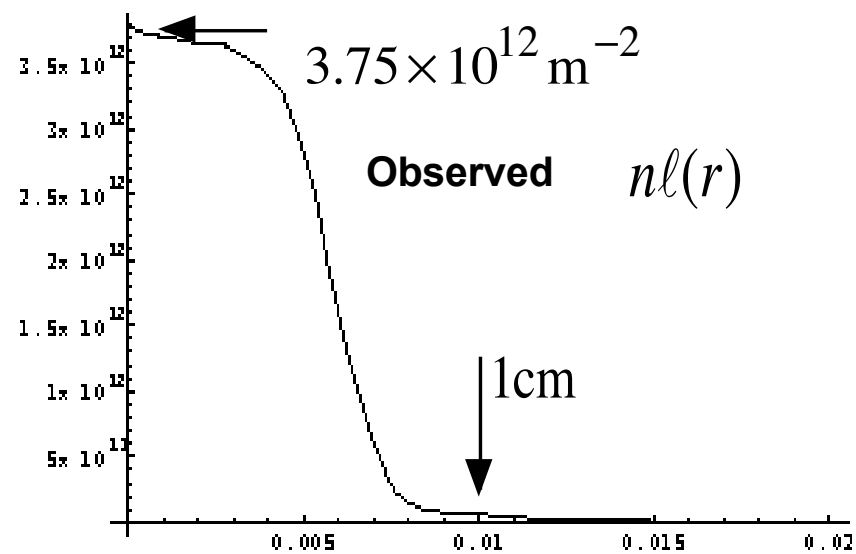
Annalysis of 2D-Image of NNP with Halo

Kawai 2004 | 228.34



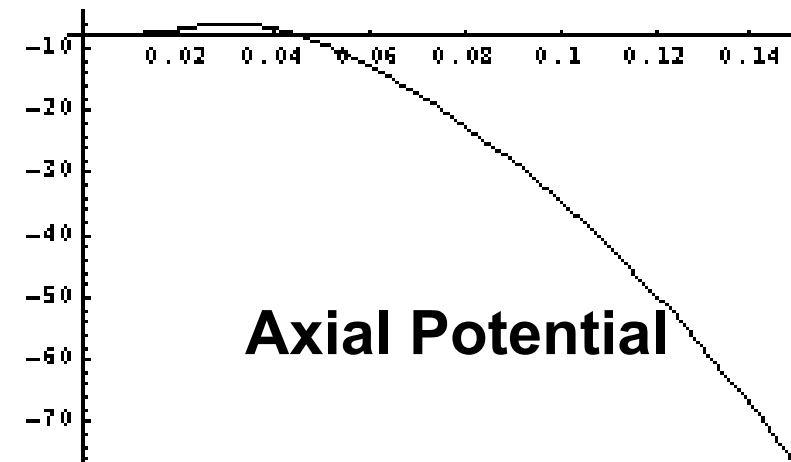
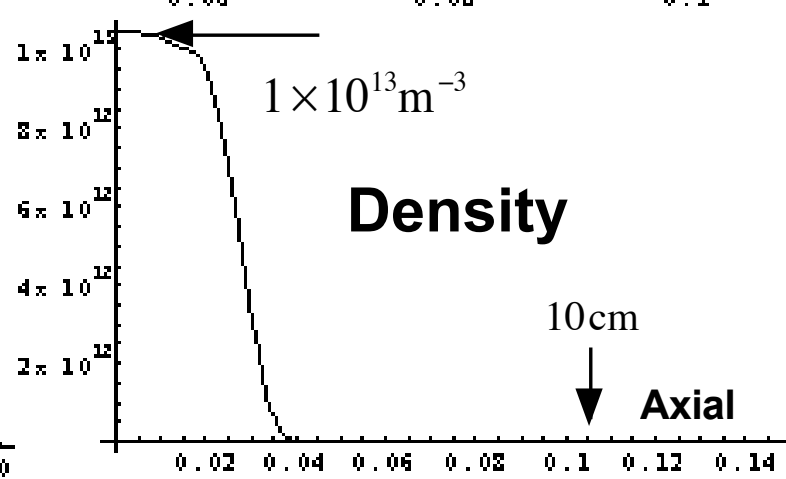
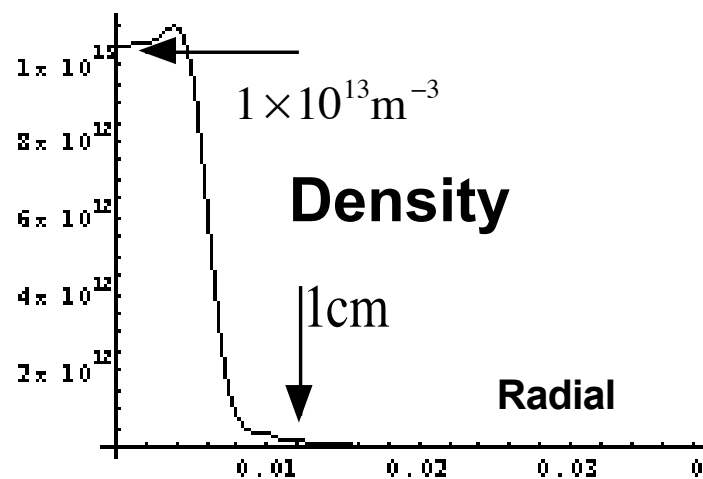
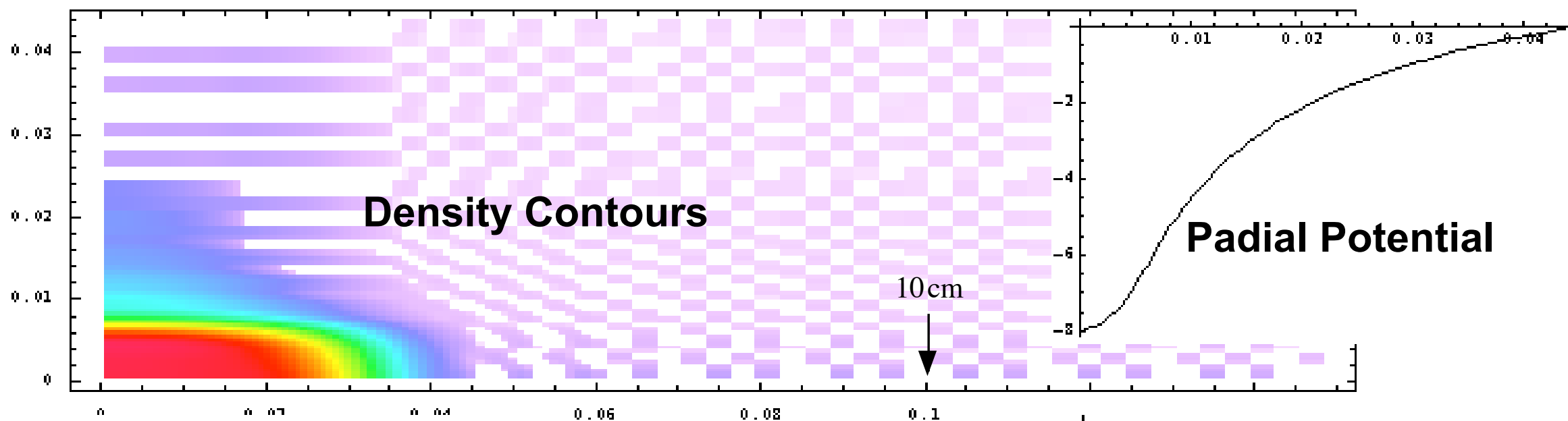
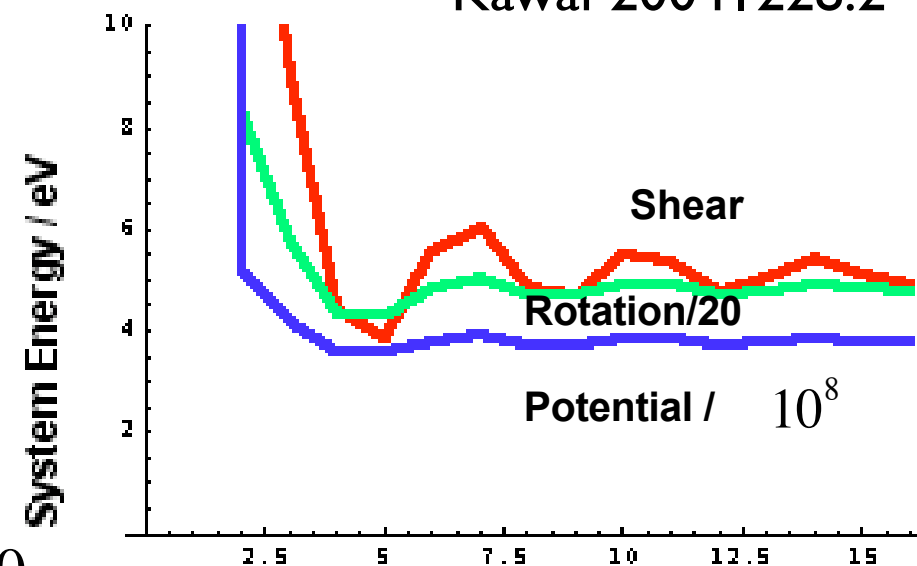
Annalysis of 2D-Image of NNP

Kawai 2004 | 228.2



$N = 4.25 \times 10^8$
 $B = 1\text{T}$
 $T = 0.5\text{eV}$

$nnr = 30, \quad nnz = 40$



密度の非一様性を考慮した分散関係の導出

波動方程式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - \frac{1}{\Omega^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\hat{n} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\hat{n}(r, z) = n(r, z) / n(0, 0) \quad \Omega = \omega_p(0, 0) / \omega$$

Bessel-Fourier Expansion

$$\phi(r, z) = \sum_a \left(\sum_n \phi_{an}^c \cos k_n z + \sum_m \phi_{am}^s \sin k_m z \right) J_0(\kappa_a r)$$

$$\kappa_a = \chi_a / w \quad J_0(\chi_a) = 0 \quad k_n = (2n - 1)\pi / 2L \quad k_m = m\pi / L$$

$$n(r, z) = \sum_{s,t} A_{st} J_0(\kappa_s r) \cos k_t z$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} D_{1111} & \cdots & D_{11pq} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{an11} & \cdots & D_{anpq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{11}^c \\ \vdots \\ \phi_{pq}^c \end{pmatrix} = \Omega^2 \begin{pmatrix} \phi_{11}^c \\ \vdots \\ \phi_{an}^c \end{pmatrix}$$

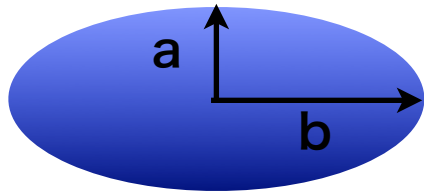
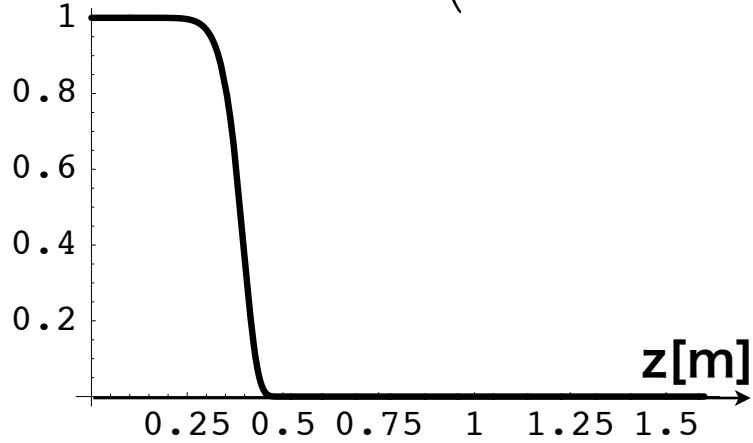
D_{anpq} の固有値を求める

$$D_{anpq} = \sum_{p,q} \sum_{s,t} A_{st} (-1)^{t+n+q} k_t k_q k_n \left(\frac{1}{(k_q - k_n)^2 - k_t^2} + \frac{1}{(k_q + k_n)^2 - k_t^2} \right) \int_0^1 dr r J_0(\kappa_a r) J_0(\kappa_q r) J_0(\kappa_s r) \Big/ \frac{L}{2} J_1(\kappa_a)^2 (k_n^2 + \kappa_a^2)$$

Dubin-modeとの比較

密度分布

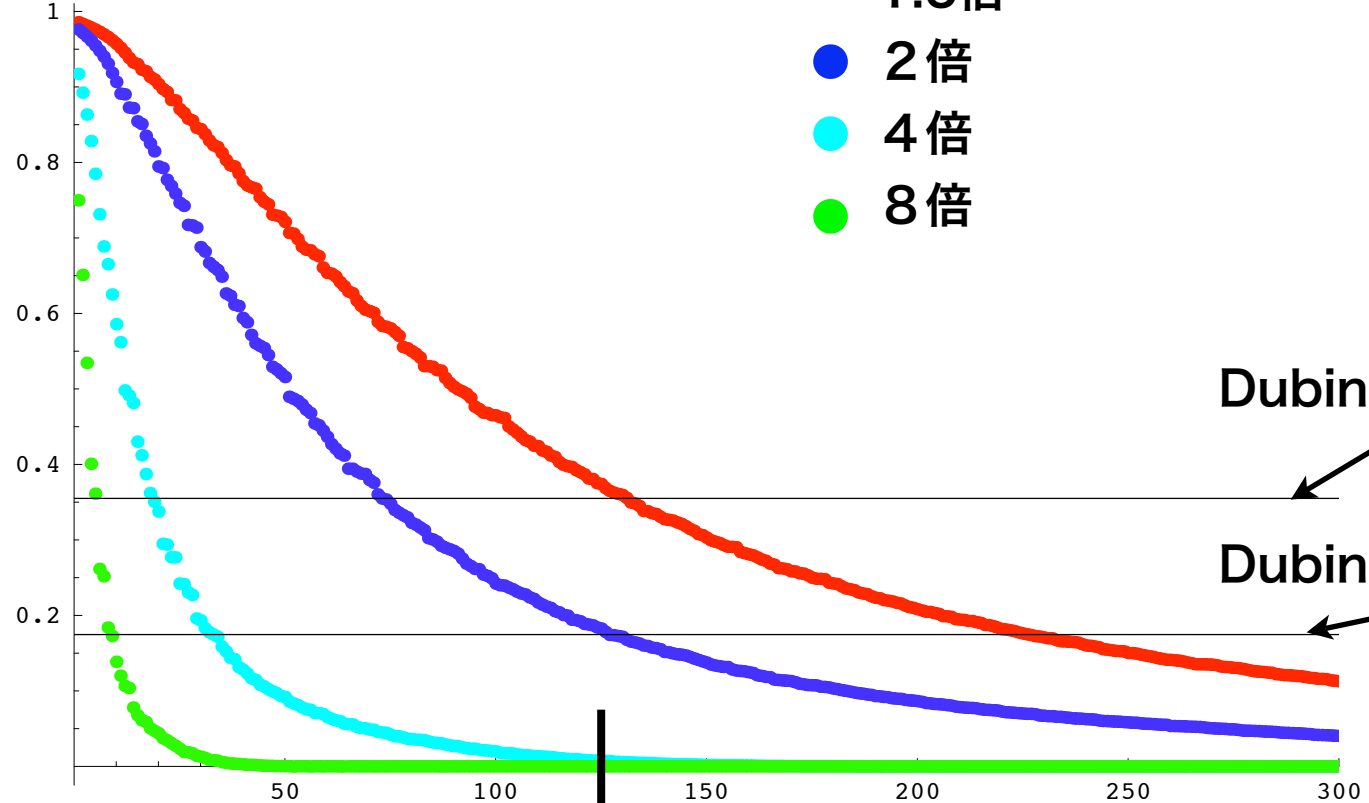
$$\hat{n}(r, z) = \exp[-(r^2/a^2 + z^2/b^2)^6]$$



a:0.1
b:0.4

摂動ポテンシャルを軸方向、径方向、それぞれ50x50に展開

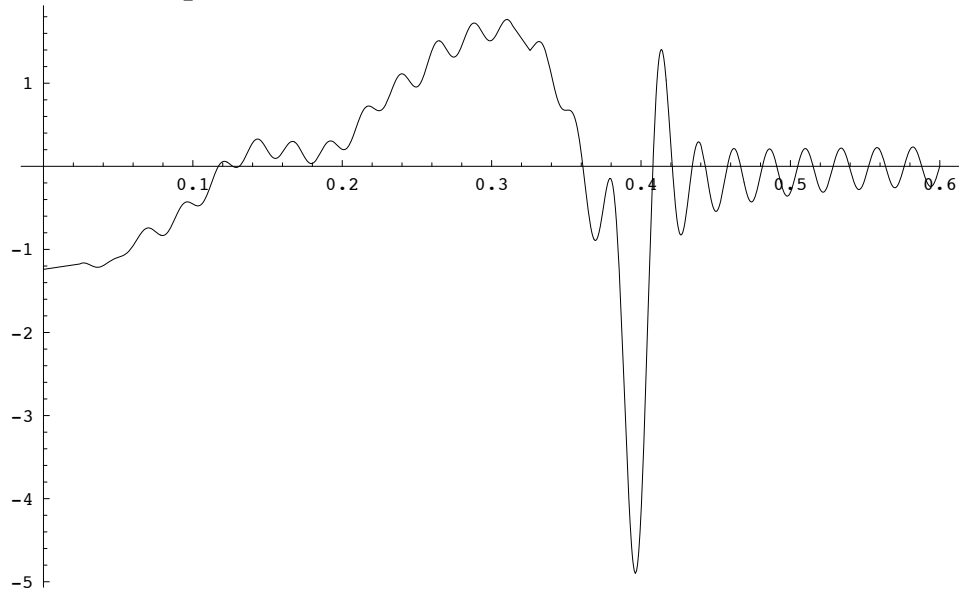
$$(\omega / \omega_p)^2$$



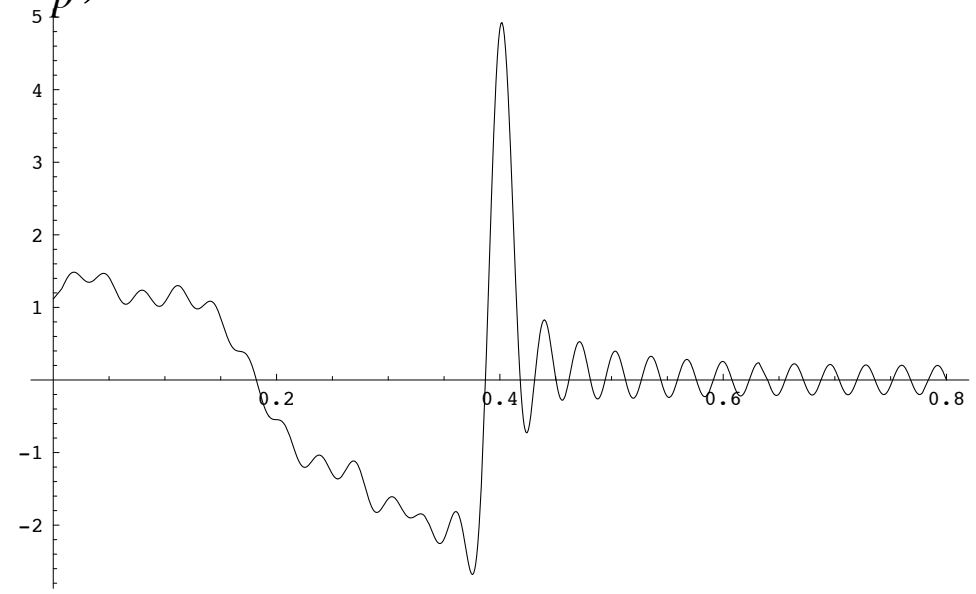
これらの固有値をもつ固有ベクトルから
摂動ポテンシャルを再構成

Dubin-modeとの比較 $\ell = 2$

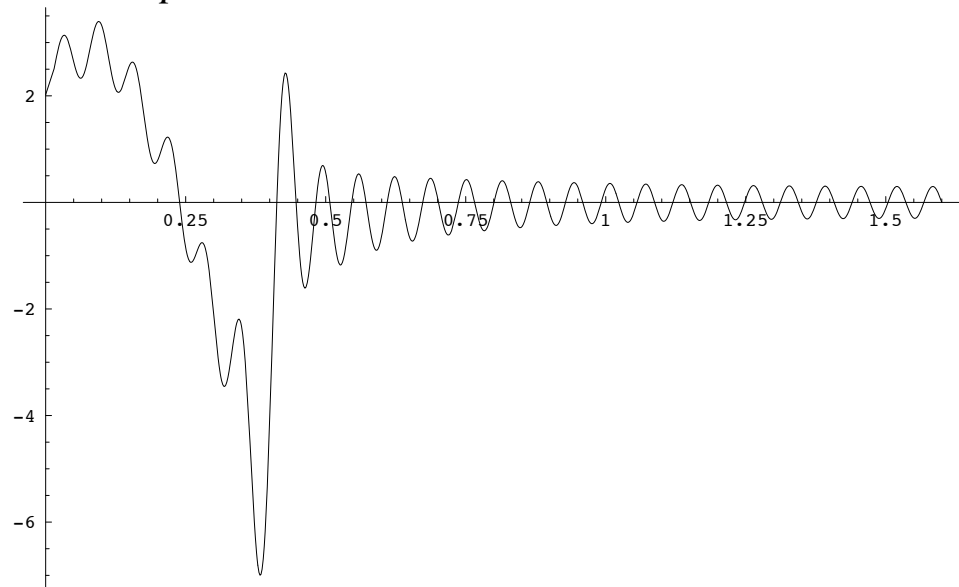
- 壁の位置 プラズマから
1.5倍
 $(\omega / \omega_p)^2 = 0.248387$



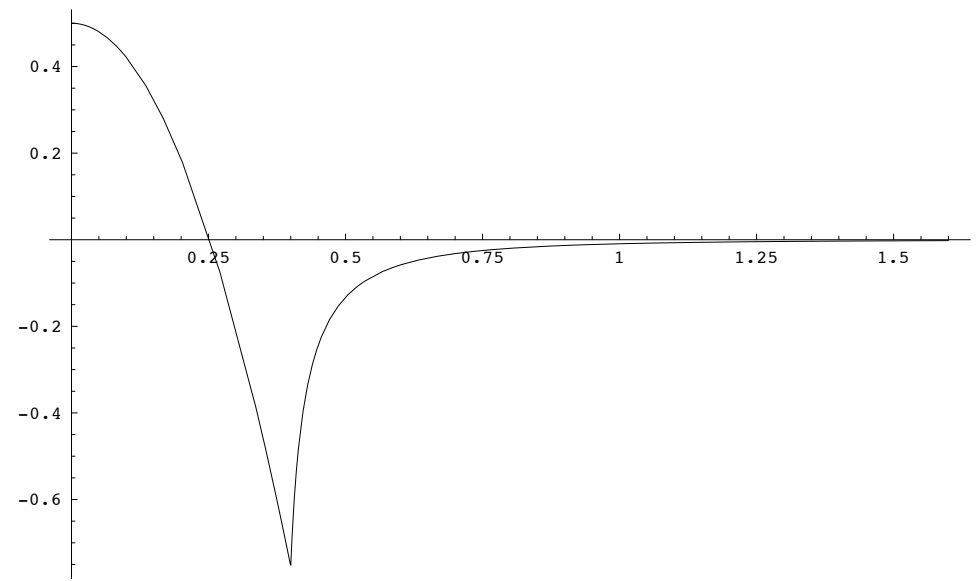
- 壁の位置 プラズマから
2倍
 $(\omega / \omega_p)^2 = 0.231398$



- 壁の位置 プラズマから
4倍
 $(\omega / \omega_p)^2 = 0.174617$

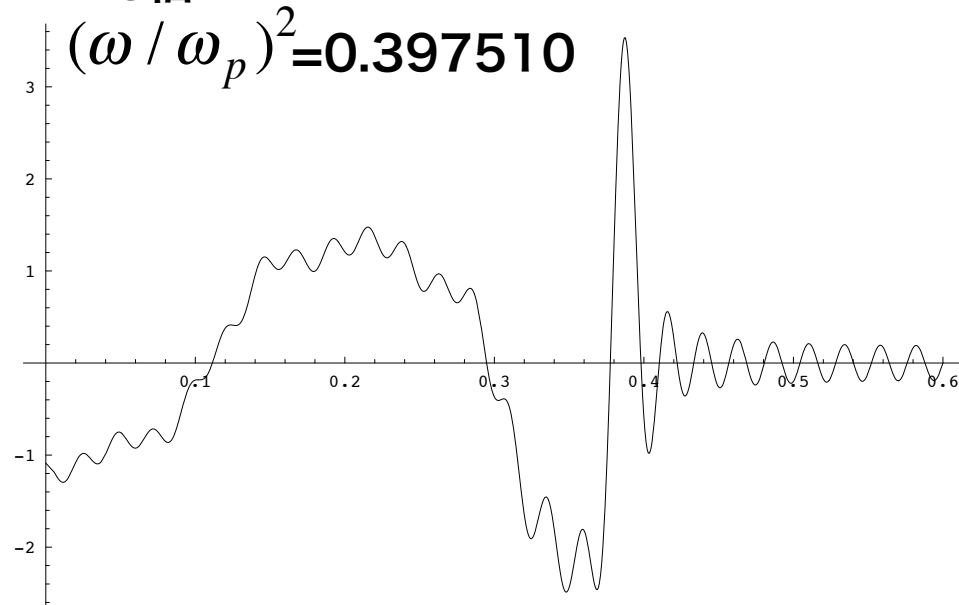


- Dubin-mode $\ell = 2$
 $(\omega / \omega_p)^2 = 0.174637$

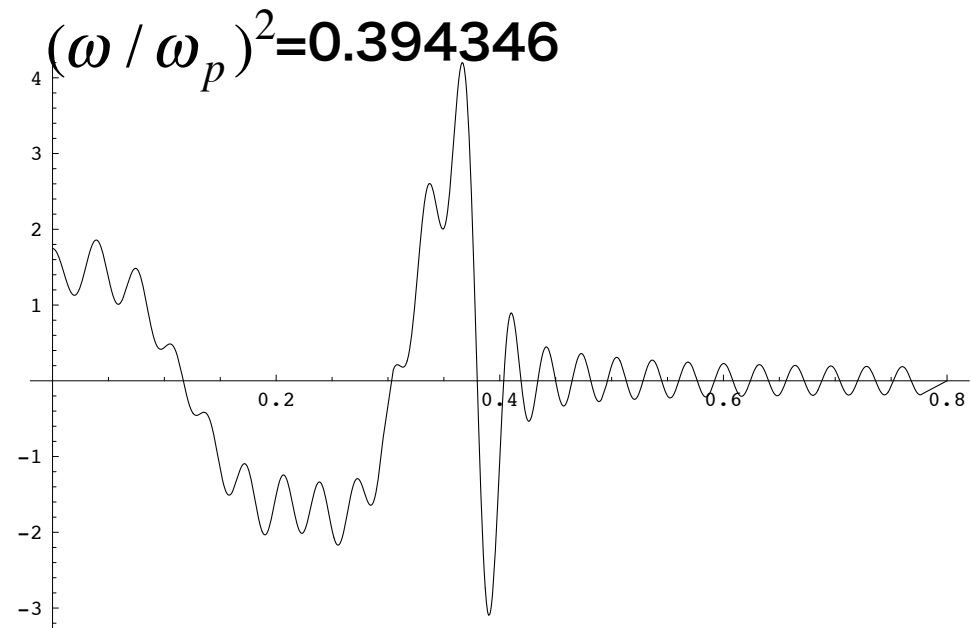


Dubin-modeとの比較 $\ell = 4$

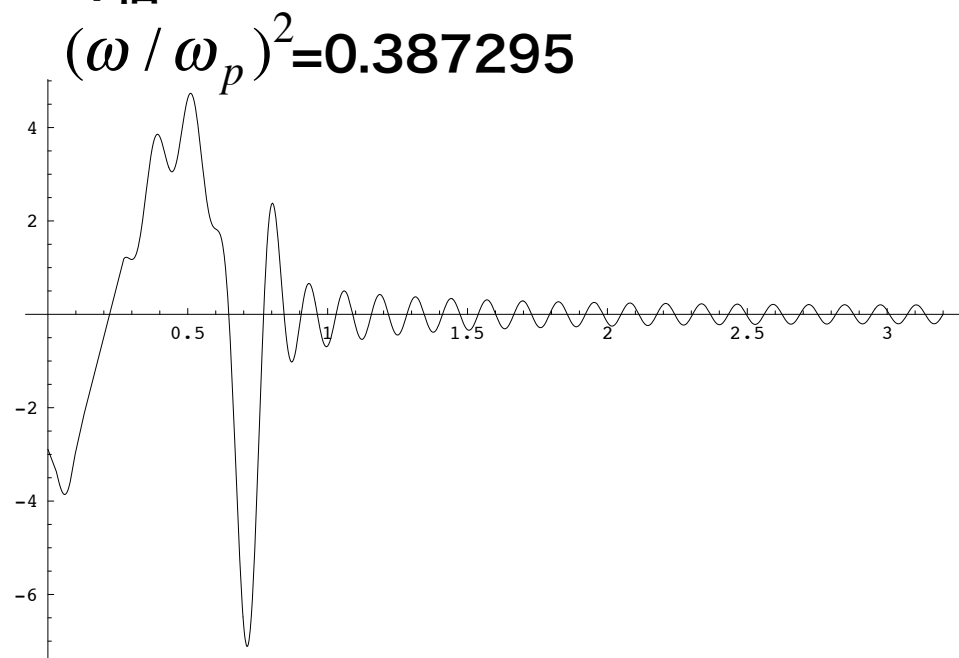
- 壁の位置 プラズマから
1.5倍



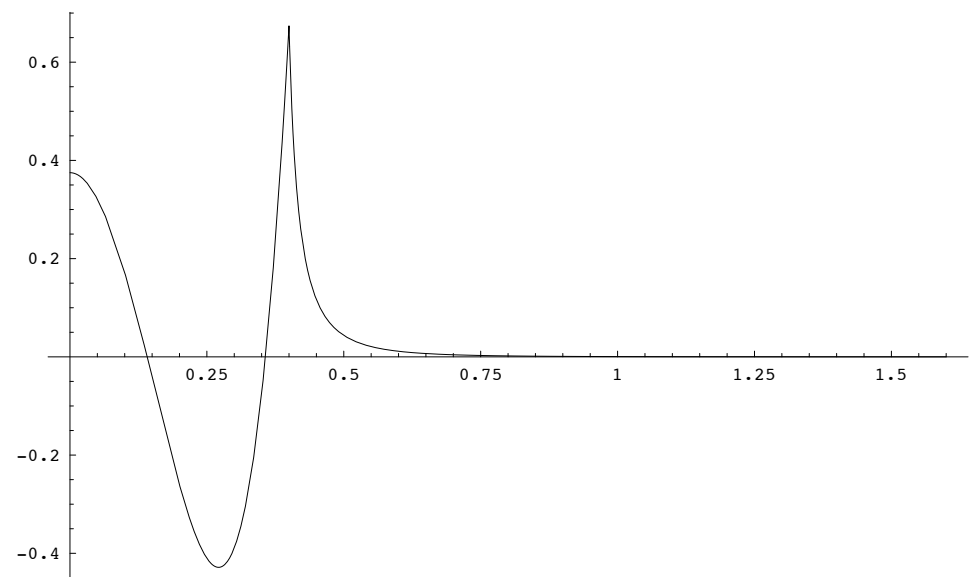
- 壁の位置 プラズマから
2倍



- 壁の位置 プラズマから
4倍



- Dubin-mode $\ell = 4$
 $(\omega / \omega_p)^2 = 0.354987$



- 壁を遠ざけるほど固有振動数がDubin-modeに近づいていく
- モード数が50x50では少ない

まとめ

- ① 密度分布が、径方向に2段階に分かれた単純化されたモデルから、固有振動数は内側の部分によって決まってくる
- ② Dubin の理論から求めた理論値よりも実験値は高くなり、その理由は Surkoらが言うように温度の効果だけでは説明できない
- ③ 密度の非一様性を考慮した理論解析を行ったところ、それがDubinの分散関係式と矛盾しない結果を得た
- ④ 実験結果も踏まえたさらなる解析が必要

参考文献

- [1] D.H.E.Dubin,Phys.Rev.Lett.66, 2076 (1991)
- [2] D.H.E.Dubin,Phys.Rev.E 53,5268 (1996)
- [3] M.D.Tinkle,R.G.Greaves,and C.M.Surko:Phys.Plasmas 2,2880 (1995)
- [4] A.Mohri,H.Higaki,H.Tanaka,Y.Yamazawa,M.Aoyagi,T.Yuyama,and T.Michishita:Jpn.J.Appl.Phys.37(1998)664